

BSc Matematika Alapszak, 2020.

Matematikai Intézet,

Természettudományi Kar,

Eötvös Loránd Tudományegyetem.

Analízis3

- **Óraszám (ea+gy):** 4 + 3
- **Specializáció:** alk. mat.
- **Kredit (ea+gy):** 4 + 4
- **Számonkérés:** kollokvium + gyak. jegy
- **Tárgykód (ea, gy):** analiz3v0_m20ea, analiz3v0_m20ga
- **Ajánlott félév:** 3
- **Státusz:** kötelező

- **Specializáció:** elemző
- **Kredit (ea+gy):** 4 + 4
- **Számonkérés:** kollokvium + gyak. jegy
- **Tárgykód (ea, gy):** analiz3v0_m20ea, analiz3v0_m20ga
- **Ajánlott félév:** 3
- **Státusz:** köt. vál.

Tantárgyfelelős

- Simon L. Péter, Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék, Matematikai Intézet.
- Szőke Róbert, Analízis Tanszék, Matematikai Intézet.

Előfeltételek

A gyakorlat előfeltételei:

- *Erős:* Analízis2E (analiz2x0_m17ea) vagy
Az analízis megalapozásaE (megala1x0_m17ea)
- *Gyenge:* Algebra2G (algebr2*0_m17ga)

Az előadás előfeltételei:

- *Gyenge:* a gyakorlat

Megjegyzések

- Ha valaki elvégzi az Analízis3 tárgy alkalmazott matematikus verzióját (analiz3v0), az a Kalkulus3 és a Fejezetek az analízisből tárgyakra nem kaphat kreditet.
- **Pótlási lehetőség:** A félév végén, indokolt esetben, a gyakorlatvezető döntése alapján egy javító zárthelyi dolgozat írására van lehetőség.

A tematikát kidolgozta:

- Szőke Róbert, Analízis Tanszék, Matematikai Intézet.
- Bátkai András, Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék, Matematikai Intézet.

Szükséges előismeretek

A tárgy az Analízis2 vagy az Analízis megalapozása és az Algebra2 tantárgyak ismeretét feltételezi, lehetőleg intenzív változatban.

A tantárgy célkitűzése

A tárgy célja az egyváltozós függvénysorozatok, függvénysorok, hatványsorok és Taylor sorok alaptulajdonságainak és a többváltozós matematikai analízis legfontosabb fejezeteinek (topológiai fogalmak, folytonosság, differenciálhatóság, kettős és hármas Riemann-integrál, vonalintegrál, vektoranalízis) a bemutatása.

Irodalom

- **Laczkovich Miklós- T. Sós Vera:** *Analízis II.* Nemzeti Tankönyvkiadó, 2007.
- **G.B.Thomas-M.D.Weil-J.Hass-F.R.Giordano:** *Thomas-féle Kalkulus 3.*

Typotex, 2007.

- **B. P. Gyemidovics:** *Matematikai analízis feladatgyűjtemény.* Tankönyvkiadó, 1987.
- **J. E. Marsden- A. J. Tromba:** *Vector calculus.* W. H. Freeman and Company, New York 2003.

Tematika

Függvénysorozatok, függvénysorok:

- Pontonkénti és egyenletes konvergencia, limeszfüggvény határértéke, folytonossága, integrálhatósága, deriválhatósága. Kritérium az egyenletes konvergenciához. Függvénysorok pontonkénti és egyenletes konvergenciája, Weierstrass kritérium, függvénysorok összegének folytonossága, tagonkénti integrálhatósága és deriválhatósága.
- Hatványsorok: Abel lemma, konvergenciasugár, a konvergenciasár kiszámítása az együtthatókból. Hatványsorok tagonkénti deriválása, integrálása. Taylor sorok: végtelenszer differenciálható függvények és valós analitikus függvények. Binomiális sor, Taylor formula Lagrange maradéktaggal, ill. integrálformulával. Alkalmazások: hibabecslések (Lagrange maradéktaggal, Leibniz sorral), numerikus integrálás, határérték kiszámolása, differenciálegyenlet megoldása hatványsorokkal.

Többváltozós deriválás:

- Derékszögű-, polár-, henger-, gömbi koordináták, skaláris, vektoriális és vegyesszorzat, n -dimenziós euklideszi tér. Cauchy-Schwarz-Bunyakovszkij egyenlőtlenség.
- Konvergencia és topologikus alapfogalmak (belső pont, határpont, külső pont, torlódási pont, izolált pont, nyílt halmaz, zárt halmaz, kompakt halmaz) euklideszi terekben.
- Többváltozós függvények és leképezések határértéke és folytonossága. Átviteli elv. Kompakt halmazon folytonos függvények.
- Parciális deriváltak, lokális szélsőérték keresés, totális deriválhatóság,

grafikon érintősíkja, folytonosan deriválható függvények, iránymenti derivált, gradiens, Lagrange-féle középértéktétel, Lagrange-féle becslés, többszörös deriválhatóság, Young tétel. Leképezések deriválhatósága, koordinátafüggvények deriválhatósága, Jacobi-mátrix. Lánc-szabály. Taylor-formula, kvadratikus alakok, Hesse-mátrix, lokális szélsőértékek és a Hesse-mátrix kapcsolata. Feltételes szélsőértékek, függvény szinthalmazának érintőtere, Lagrange multiplikátor tétel, az implicitfüggvény tétele (bizonyítás nélkül), implicit deriválás, szimmetrikus mátrixok főtengety-tétele, szélsőérték-keresés kompakt halmazon értelmezett függvényekre.

Vektormezők:

- Gradiens mező, potenciálfüggvény, trajektória, nabla operátor, vektormező divergenciája, rotációja, merev test tengely körüli forgása és folyadék sebességmezője rotációjának interpretálása, gradiens mező örvénymentessége, $\text{div rot}=0$, Laplace operátor. Görbék ívhossza. Vektormező görbe menti munkája, vonalintegrál. A vonalintegrál függése a görbe paraméterezésétől, Newton-Leibniz tétel vonalintegrálokra, konzervatív mezők ekvivalens jellemzése, potenciálfüggvény keresése.

Többszörös integrál:

- A területi integrál definíciója téglalapon, alaptulajdonságok. Folytonos és korlátos függvények integrálhatósága. Fubini tétele téglalapon, Cavalieri elv, integrálás normáltartományokon. Alkalmazások: térfogatszámítás, iterált integrálok kiszámítása. Középértéktétel normáltartományokon. Az integráltranszformáció tétele a síkon (bizonyítás nélkül). A polárkoordinátás helyettesítés.
- A hármas integrál definíciója téglatesten, alaptulajdonságok, folytonos és korlátos függvények integrálhatósága. Fubini tétele, integrálás normáltartományokon. Az integráltranszformáció tétele a térben (bizonyítás nélkül), henger és gömbi koordinátás helyettesítés. Alkalmazások: tömegpont a síkon, a térben. Green tétel normáltartományon, ill. normáltartományokra felbontható tartományon, a Green tétel vektoriális alakja.