

BSc Matematika Alapszak, 2020.

Matematikai Intézet,

Természettudományi Kar,

Eötvös Loránd Tudományegyetem.

Analízis3

- **Óraszám (ea+gy):** 4 + 3
- **Specializáció:** matematikus
- **Kredit (ea+gy):** 4 + 4
- **Számonkérés:** kollokvium + gyak. jegy
- **Tárgykód (ea, gy):** analiz3m0_m17ea, analiz3m0_m17ga
- **Ajánlott félév:** 3
- **Státusz:** kötelező

Tantárgyfelelős

- Kós Géza, Analízis Tanszék, Matematikai Intézet.

Előfeltételek

A gyakorlat előfeltételei:

- **Erős:** Analízis2E (analiz2x0_m17ea) vagy
Az analízis megalapozásaE (megala1x0_m17ea)
- **Erős:** Algebra2E (algebr2*0_m17ea)

Az előadás előfeltételei:

- **Gyenge:** a gyakorlat

Megjegyzések

- **Pótlási lehetőség:** A félév végén, indokolt esetben, a gyakorlatvezető döntése alapján egy javító zárthelyi dolgozat írására van lehetőség.

A tematikát kidolgozta:

- Laczkovich Miklós, Analízis Tanszék, Matematikai Intézet.
- Kós Géza, Analízis Tanszék, Matematikai Intézet.
- Kristóf János, Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék, Matematikai Intézet.

Szükséges előismeretek

Elsőéves analízis (kalkulus) és lineáris algebra.

A tantárgy célkitűzése

A tárgy célja a többváltozós matematikai analízis legfontosabb fejezeteinek (topológiai fogalmak, folytonosság, differenciálhatóság, Jordan-mérték és Riemann-integrál, vonalintegrál, vektoranalízis) bemutatása.

Irodalom

- **Laczkovich Miklós-T.Sós Vera:** *Analízis II.* Egyetemi jegyzet, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2007.
- **Petruska György:** *Analízis I.-II. kötet.* Egyetemi jegyzet, ELTE Eötvös Kiadó, 1998.
- **Császár Ákos:** *Valós analízis I.-II. kötet.* Tankönyvkiadó, 1988.
- **Walter Rudin:** *A matematikai analízis alapjai.* Műszaki Könyvkiadó, 1978.
- **Komornik Vilmos:** *Valós analízis előadások I. kötet.* Typotex Kiadó, 2003.

Tematika

- **Függvénysorozatok, függvénysorok.** Egyenletes konvergencia. A limeszfüggvény, illetve összegfüggvény határértéke, folytonossága, differenciálhatósága, integrálhatósága. A függvénysorok egyenletes konvergenciájára vonatkozó Abel-Dirichlet kritériumok. Hatványsorok. Abel folytonossági tétele. Taylor-sorok, konkrét függvények előállítása Taylor-soruk összegeként.

- **Topológiai alapfogalmak véges dimenziós euklideszi terekben.** Konvergencia és topologikus alapfogalmak (belső pont, határpont, külső pont, torlódási pont, izolált pont, nyílt halmaz, zárt halmaz, kompakt halmaz) euklideszi és metrikus terekben. Többváltozós, illetve metrikus téren értelmezett függvények és leképezések határértéke és folytonossága. Átviteli elvek. Kompakt halmazon értelmezett folytonos függvények tulajdonságai.
- **Többváltozós függvények differenciálszámítása.** Deriválás koordinátafüggvényenként. Iránymenti és parciális deriváltak, Jacobi-mátrix. A gradiens. Érintősík. Lagrange-féle középértéktétel. A Lagrange-féle becslés leképezésekre. A differenciálhatóság szükséges és elégséges feltételei. Szélsőérték-keresés kompakt halmazon értelmezett függvényekre. n -szer differenciálható leképezések. Taylor-polinomok és differenciálok. A Young-tétel. A Taylor-formula. Lokális szélsőérték szükséges, ill. elégséges feltételei. Az inverz leképezés deriváltja, inverzfüggvénytétel. Az implicit leképezés tétele. Feltételes szélsőértékfeladat, Lagrange-féle multiplikátorszabály.
- **Jordan-mérték és többváltozós integrálszámítás.** A Jordan-féle belső és külső mérték. A határ külső mértéke. Jordan-mérhető halmazok. A mérhetőség pontos feltétele. A konvex poliéderek és a normáltartományok mérhetősége. A paralelepipedonok térfogata. A Jordan-mérték egybevágóság-invarianciája. A többszörös integrál. Definíció, alaptulajdonságok, az integrálhatóság ekvivalens feltételei. Folytonos és korlátos függvények integrálhatósága. Egy halmaz mérhetőségének és karakterisztikus függvénye integrálhatóságának ekvivalenciája. Folytonos függvényvel való kompozíció integrálhatósága. A lebontási tétel. A Cavalieri-tétel. Normáltartományok térfogata. A gömb térfogata. Mértéktranszformáció. Az integráltranszformáció (esetleg bizonyítás nélkül). A polárkoordinátás helyettesítés.
- **Paraméteres integrálok.** Paraméteres integrálok folytonossága, differenciálása és integrálása. Impropius paraméteres integrálok. Egyenletes konvergencia. Impropius paraméteres integrálok folytonossága, differenciálása és integrálása. Elégséges feltétel az

improprius paraméteres integrál egyenletes konvergenciájára.

- **Egyváltozós Riemann-Stieltjes integrál.** Korlátos változású leképezések, a teljes változás kiszámítására szolgáló formula. A Riemann-Stieltjes-integrál. Parciális integrálás. Elégséges felételek az integrál létezésére.