

BSc Matematika Alapszak, 2017.

Matematikai Intézet,
Természettudományi Kar,
Eötvös Loránd Tudományegyetem.

A sokaságok differenciálgeometriája

- **Óraszám** ($ea+gy$): $2 + 2$
- **Specializáció**: matematikus
- **Kredit** ($ea+gy$): $3 + 3$
- **Számonkérés**: kollokvium + gyak. jegy
- **Tárgykód** (ea, gy): sokas_1m0_m17ex, sokas_1m0_m17gx
- **Ajánlott félév**: 6
- **Státusz**: ajánlott

Tantárgyfelelős

- Verhóczy László, Geometriai Tanszék, Matematikai Intézet.

Előfeltételek

A gyakorlat előfeltételei:

- **Erős**: Bevezetés a differenciálgeometriábaE-m (difgeo1m0_m17ex)
- **Erős**: Geometria3E-m (geomet3m0_m17ex)

Az előadás előfeltételei:

- **Gyenge**: a gyakorlat

Megjegyzések

- **Pótlási lehetőség**: A félév végén, indokolt esetben, a gyakorlatvezető döntése alapján egy javító zárthelyi dolgozat írására van lehetőség.

A tematikát kidolgozta:

- Verhóczy László, Geometriai Tanszék, Matematikai Intézet.

Szükséges előismeretek

- Topologikus terek, folytonos leképezések, térkonstrukciók.
- Vektorterek, mátrixok, lineáris leképezések. Bilineáris függvények, skaláris szorzat.
- Többváltozós valós függvények differenciál- és integrálszámításának eszközei. Az inverz függvény tétele, az implicit függvény tétele.
- Paraméterezett görbék és hiperfelületek geometriája az n -dimenziós euklideszi térben.
- Projektív terek, homogén koordináták, kollineációk. A hiperbolikus geometria modelljei.

A tantárgy célkitűzése

A tárgy célja a sokaságok differenciálgeometriájának elméletéből az alapvető fogalmaknak és tételeknek a bemutatása, továbbá felhívni a figyelmet a differenciálgeometriának a fizikával és más tudományterületekkel való kapcsolatára.

Irodalom

- **Szőkefalvi-Nagy Gyula, Gehér László, Nagy Péter**: Differenciálgeometria (Műszaki Könyvkiadó, 1979).
- **Szenthe János**: Bevezetés a sima sokaságok elméletébe. (Eötvös Kiadó, 2002).

- **Verhóczy László:** Differenciálgeometria II. (interneten elérhető jegyzet: <http://www.cs.elte.hu/geometry/vl/vl.htm>).

Tematika

- A topologikus sokaság C^∞ -kompatibilis térképei. C^∞ -osztályú teljes atlasz. Differenciálható sokaság. Nyílt részsokaság. A sokaságon vett differenciálható függvények. Sima leképezések a sokaságok között. A diffeomorfizmus.
- A sokaság érintővektorainak értelmezése. A sokaság érintőtere egy adott pontban. A térképezéshez rendelt alapvektorok. A sokaság érintőterére vonatkozó bázistétel. A sima leképezés érintőleképezése (egy adott pontban). Az érintőleképezésekre vonatkozó láncszabály. A sima görbe érintővektorai. Lokális diffeomorfizmus, az inverz leképezés tételének alkalmazása sokaságokra.
- A részsokaság fogalma. A térképezés koordinátaszetelei mint részsokaságok. A részsokaságra vonatkozó kritérium. A sima leképezés reguláris értékének inverz képe mint részsokaság.
- Sima vektormezők a sokaságon. Parallelizálható sokaságok. A vektormező integrálgörbéi. Két vektormező Lie-zárójele. A sima vektormezők Lie-algebrája. Nevezetes mátrix-Lie-algebrák.
- A differenciálható sokaságon vett kovariáns tenzormezők. Kovariáns deriválás (lineáris konnexió). A kovariáns deriválásnak egy adott térképhez tartozó Christoffel-szimbólumai. A sima görbe mentén vett vektormező kovariáns deriváltja. Az érintővektor párhuzamos eltolása egy görbe mentén. A lineáris konnexió torziótenzora és görbületi tenzora. A tenzormező kovariáns deriváltja.
- Riemann-sokaság. A Levi-Civita-féle lineáris konnexió. A Christoffel-féle szimbólumok kifejezése a metrikus tenzor komponensfüggvényeiből. Geodetikus görbék. A Riemann-sokaság görbületi tenzorára vonatkozó összefüggések. A síkálláshoz rendelt Gauss-görbület. Állandó görbületű terek. Izometriák.
- Alternáló formák egy vektortéren. Differenciálformák egy sima sokaságon. Külső szorzat. A differenciálformák külső differenciálja. A differenciálforma sima leképezés általi visszahúzása. Térfogati formák.
- Az egységosztás tétele sokaságon. Irányítható sokaságok. Az irányíthatóság kritériuma. Irányított sokaságon vett kompakt tartójú térfogati forma integrálja. A kompakt Riemann-sokaság térfogata.
- A differenciálható sokaság reguláris tartománya. Térfogati forma integrálja az irányított sokaság egy kompakt reguláris tartományán. Az általános Stokes-tétel és alkalmazásai.