BSc Matematika Alapszak, 2017.

Matematikai Intézet,
Természettudományi Kar,
Eötvös Loránd Tudományegyetem.

Analízis4

- ***Óraszám (ea+gy):*** 2 + 2
- ***Specializáció:*** alk. mat.
- ***Kredit (ea+gy):*** 3 + 2
- ***Számonkérés:*** kollokvium + gyak. jegy
- ***Tárgykód (ea, gy):*** analiz4a0_m17ex, analiz4a0_m17gx
- ***Ajánlott félév:*** 4
- ***Státusz:*** kötelező

Tantárgyfelelős

- Simon Péter, Numerikus Analízis Tanszék, Informatikai Kar.

Előfeltételek

A gyakorlat előfeltételei:

- *Erős:* Analízis2E (analiz2x0_m17ea) *vagy*
  Az analízis megalapozásaE (megala1x0_m17ea)

Az előadás előfeltételei:

- *Gyenge:* Analízis3E-a (analiz3a0_m17ea) *vagy*
  Analízis3E-m (analiz3m0_m17ea)
- *Gyenge:* a gyakorlat

Megjegyzések

- ***Pótlási lehetőség:*** A félév végén, indokolt esetben egy javító zárthelyi dolgozat írására van lehetőség.

A tematikát kidolgozta:

- Simon Péter, Numerikus Analízis Tanszék, Informatikai Kar.

A tantárgy célkitűzése

Az integrálelmélet modern felépítése. Itt hangzik el a felületi integrál és a Stokes-tételkör is.

Irodalom

- **H. Bauer:** *Wahrscheinlichkeitstheorie und Grundzüge der Masstheorie.* Walter de Gruyter, Berlin-New York, 1974.
- **P. R. Halmos:** *Mértékelmélet.* Gondolat, Budapest, 1984.
- **Járai Antal:** *Mérték és integrál.* Felsőoktatási tankönyv, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2002.
- **Laczkovich Miklós:** *Valós függvénytan, egyetemi jegyzet.* ELTE, Budapest, 1995.
- **Pál Jenő, Schipp Ferenc, Simon Péter:** *Analízis II.* Egyetemi jegyzet, Tankönyvkiadó, Budapest, 1982.
- **Petruska György:** *Analízis II.* Egyetemi jegyzet, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 1999.
- **Simon Péter:** *Analízis V.* Egyetemi jegyzet, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 1996.
- **Szőkefalvi-Nagy Béla:** *Valós függvények és függvénysorok.* Tankönyvkiadó, Budapest, 1965.
- **A. C. Zaanen:** *Integration.* North Holland Publ. Co., Amsterdam 1967.

Tematika

- Felületek megadása: szintfelület, Euler-Monge-, Gauss-féle megadás. A felületi görbe fogalma, kapcsolata az érintősíkkal. A felületi görbe ívhossza, Gauss-féle elsőrendű főmennyiségek. Felületi görbék görbülete, Gauss-féle másodrendű főmennyiségek. A felszín értelmezése. A felszín definíciója és kiszámítása paraméteres-, ill. Euler-Monge-megadás esetén.
- A felületi integrál fogalma. Az integrál geometriai interpretációja, a fluxus kiszámítása. Poincare-Stokes-tétel és speciális esetei: Newton-Leibniz-, Green-, Stokes-, Gauss-Osztrogradszkij-tétel.
- Félgyűrű, gyűrű, szigma-algebra. Előmérték, kvázimérték, mérték, előjeles mérték fogalma és alaptulajdonságai. Félig folytonosság. A Lebesgue-, ill. Stieltjes-féle kvázimérték. Gyűrűn értelmezett kvázimérték kiterjesztése mértékké. A külső mérték fogalma, Caratheodory-tétel. A szigma-véges mérték fogalma, a kiterjesztés egyértelműsége. Teljes mérték. A Borel-halmazok jellemzése (nyílt; zárt; kompakt halmazokkal való kapcsolat). A Lebesgue-, ill. Lebesgue-Stieltjes-mérték. Eltolás- és tükrözés-invariancia. Példa nem mérhető halmazra. A mérhető leképezés fogalma, tulajdonságok: alapműveletek, alsó-felső burkoló, lim sup, lim inf, limesz. Jegorov-tétel. Lépcsősfüggvények és integráljuk. A nem-negatív mérhető függvények és a lépcsősfüggvények kapcsolata, az integrál kiterjesztés. Beppo Levi-tétel, Fatou-lemma. Mérhető függvények integrálja, linearitás, monotonitás, a "majdnem mindenütt" terminológia. Az $\mathbf{L}^p$-terek értelmezése, Hölder,-Jensen,-Cauchy-és Minkowski-egyenlőtlenség. Az $\mathbf{L}^p$-terekre vonatkozó alapvető állítások (linearitás, tartalmazások, a normák limesze, a mérték végességének a szerepe). Lebesgue-tétel. Az $\mathbf{L}^p$-terek teljessége. A Riemann-integrálhatóság és a Lebesgue-integrálhatóság kapcsolata.
- A súlyfüggvénnyel generált mérték és integrál fogalma és alaptulajdonságai. Az abszolút folytonosság fogalma és jellemzése véges mérték esetén. Radon-Nikodym-tétel: egzisztencia, unicitás. A feltételes várható érték operátor.
- A szorzatmérték fogalma, Fubini-tétel. Minkowski-egyenlőtlenség.
- Előjeles mértékek. A Hahn-, ill. a Jordan-féle felbontás.