Algebra2, normál

ELTE Algebra és Számelmélet Tanszék

Előadó: Kiss Emil
www.cs.elte.hu/~ewkiss
ewwkiss@gmail.com

3. előadás

A lineáris leképezés fogalma

Definíció (F5.1.1. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek UGYANAZON T test fölött.

A lineáris leképezés fogalma

Definíció (F5.1.1. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek UGYANAZON T test fölött.
Az $A : V \to W$ lineáris leképezés, ha

A lineáris leképezés fogalma

Definíció (F5.1.1. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek UGYANAZON T test fölött.
Az $A : V \to W$ lineáris leképezés, ha
összegtartó,

A lineáris leképezés fogalma

Definíció (F5.1.1. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek UGYANAZON T test fölött.
Az $A : V \to W$ lineáris leképezés, ha
összegtartó, azaz $v_1, v_2 \in V$ esetén $A(v_1 + v_2) = A(v_1) + A(v_2)$;

A lineáris leképezés fogalma

Definíció (F5.1.1. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek UGYANAZON T test fölött.
Az $A : V \to W$ lineáris leképezés, ha
összegtartó, azaz $v_1, v_2 \in V$ esetén $A(v_1 + v_2) = A(v_1) + A(v_2)$;
skalárszorostartó,

A lineáris leképezés fogalma

Definíció (F5.1.1. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek UGYANAZON T test fölött.
Az $A : V \to W$ lineáris leképezés, ha
összegtartó, azaz $v_1, v_2 \in V$ esetén $A(v_1 + v_2) = A(v_1) + A(v_2)$;
skalárszorostartó, azaz $v \in V$ és $\lambda \in T$ esetén $A(\lambda v) = \lambda A(v)$.

A lineáris leképezés fogalma

Definíció (F5.1.1. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek UGYANAZON T test fölött.
Az $A : V \to W$ lineáris leképezés, ha
összegtartó, azaz $v_1, v_2 \in V$ esetén $A(v_1 + v_2) = A(v_1) + A(v_2)$;
skalárszorostartó, azaz $v \in V$ és $\lambda \in T$ esetén $A(\lambda v) = \lambda A(v)$.
Az $A : V \to W$ lineáris leképezések halmaza $\mathrm{Hom}(V, W)$.

A lineáris leképezés fogalma

Definíció (F5.1.1. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek UGYANAZON T test fölött.
Az $A : V \to W$ lineáris leképezés, ha
összegtartó, azaz $v_1, v_2 \in V$ esetén $A(v_1 + v_2) = A(v_1) + A(v_2)$;
skalárszorostartó, azaz $v \in V$ és $\lambda \in T$ esetén $A(\lambda v) = \lambda A(v)$.
Az $A : V \to W$ lineáris leképezések halmaza $\mathrm{Hom}(V, W)$.

Állítás (F5.1.2. Tétel)

Minden lineáris leképezés nullát nullába,

A lineáris leképezés fogalma

Definíció (F5.1.1. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek UGYANAZON T test fölött.
Az $A : V \to W$ lineáris leképezés, ha
összegtartó, azaz $v_1, v_2 \in V$ esetén $A(v_1 + v_2) = A(v_1) + A(v_2)$;
skalárszorostartó, azaz $v \in V$ és $\lambda \in T$ esetén $A(\lambda v) = \lambda A(v)$.
Az $A : V \to W$ lineáris leképezések halmaza $\mathrm{Hom}(V, W)$.

Állítás (F5.1.2. Tétel)

Minden lineáris leképezés nullát nullába,
azaz $A(0_V) = 0_W$

A lineáris leképezés fogalma

Definíció (F5.1.1. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek UGYANAZON T test fölött.
Az $A : V \to W$ lineáris leképezés, ha
összegtartó, azaz $v_1, v_2 \in V$ esetén $A(v_1 + v_2) = A(v_1) + A(v_2)$;
skalárszorostartó, azaz $v \in V$ és $\lambda \in T$ esetén $A(\lambda v) = \lambda A(v)$.
Az $A : V \to W$ lineáris leképezések halmaza $\mathrm{Hom}(V, W)$.

Állítás (F5.1.2. Tétel)

Minden lineáris leképezés nullát nullába, ellentettet ellentettbe visz, azaz $A(0_V) = 0_W$

A lineáris leképezés fogalma

Definíció (F5.1.1. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek UGYANAZON T test fölött.
Az $A : V \to W$ lineáris leképezés, ha
összegtartó, azaz $v_1, v_2 \in V$ esetén $A(v_1 + v_2) = A(v_1) + A(v_2)$;
skalárszorostartó, azaz $v \in V$ és $\lambda \in T$ esetén $A(\lambda v) = \lambda A(v)$.
Az $A : V \to W$ lineáris leképezések halmaza $\mathrm{Hom}(V, W)$.

Állítás (F5.1.2. Tétel)

Minden lineáris leképezés nullát nullába, ellentettet ellentettbe visz, azaz $A(0_V) = 0_W$ és $A(-v) = -A(v)$.

A lineáris leképezés fogalma

Definíció (F5.1.1. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek UGYANAZON T test fölött.
Az $A : V \to W$ lineáris leképezés, ha
összegtartó, azaz $v_1, v_2 \in V$ esetén $A(v_1 + v_2) = A(v_1) + A(v_2)$;
skalárszorostartó, azaz $v \in V$ és $\lambda \in T$ esetén $A(\lambda v) = \lambda A(v)$.
Az $A : V \to W$ lineáris leképezések halmaza $\mathrm{Hom}(V, W)$.

Állítás (F5.1.2. Tétel)

Minden lineáris leképezés nullát nullába, ellentettet ellentettbe visz, azaz $A(0_V) = 0_W$ és $A(-v) = -A(v)$.

Bizonyítási ötlet az első állításra

$$A(0_V + 0_V) = A(0_V) + A(0_V),$$

A lineáris leképezés fogalma

Definíció (F5.1.1. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek UGYANAZON T test fölött.
Az $A : V \to W$ lineáris leképezés, ha
összegtartó, azaz $v_1, v_2 \in V$ esetén $A(v_1 + v_2) = A(v_1) + A(v_2)$;
skalárszorostartó, azaz $v \in V$ és $\lambda \in T$ esetén $A(\lambda v) = \lambda A(v)$.
Az $A : V \to W$ lineáris leképezések halmaza $\mathrm{Hom}(V, W)$.

Állítás (F5.1.2. Tétel)

Minden lineáris leképezés nullát nullába, ellentettet ellentettbe visz, azaz $A(0_V) = 0_W$ és $A(-v) = -A(v)$.

Bizonyítási ötlet az első állításra

$A(0_V) = A(0_V + 0_V) = A(0_V) + A(0_V)$,

A lineáris leképezés fogalma

Definíció (F5.1.1. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek UGYANAZON T test fölött.
Az $A : V \to W$ lineáris leképezés, ha
összegtartó, azaz $v_1, v_2 \in V$ esetén $A(v_1 + v_2) = A(v_1) + A(v_2)$;
skalárszorostartó, azaz $v \in V$ és $\lambda \in T$ esetén $A(\lambda v) = \lambda A(v)$.
Az $A : V \to W$ lineáris leképezések halmaza $\mathrm{Hom}(V, W)$.

Állítás (F5.1.2. Tétel)

Minden lineáris leképezés nullát nullába, ellentettet ellentettbe visz, azaz $A(0_V) = 0_W$ és $A(-v) = -A(v)$.

Bizonyítási ötlet az első állításra

$A(0_V) = A(0_V + 0_V) = A(0_V) + A(0_V)$, adjunk hozzá $-A(0_V)$-t.

Példák lineáris leképezésre

(1) A sík és a tér origót fixáló egybevágósági és hasonlósági transzformációi

Példák lineáris leképezésre

(1) A sík és a tér origót fixáló egybevágósági és hasonlósági transzformációi (tükrözés, forgatás, nyújtás).

Példák lineáris leképezésre

(1) A sík és a tér origót fixáló egybevágósági és hasonlósági transzformációi (tükrözés, forgatás, nyújtás).

(2) $V = T^n$ és $W = T^m$ a T fölött,

Példák lineáris leképezésre

(1) A sík és a tér origót fixáló egybevágósági és hasonlósági transzformációi (tükrözés, forgatás, nyújtás).

(2) $V = T^n$ és $W = T^m$ a T fölött, $M \in T^{m \times n}$ rögzített mátrix.

Példák lineáris leképezésre

(1) A sík és a tér origót fixáló egybevágósági és hasonlósági transzformációi (tükrözés, forgatás, nyújtás).

(2) $V = T^n$ és $W = T^m$ a T fölött, $M \in T^{m \times n}$ rögzített mátrix. Legyen $A(v) = Mv$.

Példák lineáris leképezésre

(1) A sík és a tér origót fixáló egybevágósági és hasonlósági transzformációi (tükrözés, forgatás, nyújtás).

(2) $V = T^n$ és $W = T^m$ a T fölött, $M \in T^{m\times n}$ rögzített mátrix. Legyen $A(v) = Mv$.

(3) $V = W = T[x]$ a T fölött,

Példák lineáris leképezésre

(1) A sík és a tér origót fixáló egybevágósági és hasonlósági transzformációi (tükrözés, forgatás, nyújtás).

(2) $V = T^n$ és $W = T^m$ a T fölött, $M \in T^{m \times n}$ rögzített mátrix. Legyen $A(v) = Mv$.

(3) $V = W = T[x]$ a T fölött, $A(p) = p'$

Példák lineáris leképezésre

(1) A sík és a tér origót fixáló egybevágósági és hasonlósági transzformációi (tükrözés, forgatás, nyújtás).

(2) $V = T^n$ és $W = T^m$ a T fölött, $M \in T^{m \times n}$ rögzített mátrix. Legyen $A(v) = Mv$.

(3) $V = W = T[x]$ a T fölött, $A(p) = p'$ (a p polinom deriváltja).

Példák lineáris leképezésre

(1) A sík és a tér origót fixáló egybevágósági és hasonlósági transzformációi (tükrözés, forgatás, nyújtás).

(2) $V = T^n$ és $W = T^m$ a T fölött, $M \in T^{m \times n}$ rögzített mátrix. Legyen $A(v) = Mv$.

(3) $V = W = T[x]$ a T fölött, $A(p) = p'$ (a p polinom deriváltja).

(4) $V = \mathbb{R}[x]$ az $\mathbb{R}$ fölött, $W = \mathbb{R}$ önmaga fölött.

Példák lineáris leképezésre

(1) A sík és a tér origót fixáló egybevágósági és hasonlósági transzformációi (tükrözés, forgatás, nyújtás).

(2) $V = T^n$ és $W = T^m$ a T fölött, $M \in T^{m \times n}$ rögzített mátrix. Legyen $A(v) = Mv$.

(3) $V = W = T[x]$ a T fölött, $A(p) = p'$ (a p polinom deriváltja).

(4) $V = \mathbb{R}[x]$ az $\mathbb{R}$ fölött, $W = \mathbb{R}$ önmaga fölött.
$A(p) = p(3)$

Példák lineáris leképezésre

(1) A sík és a tér origót fixáló egybevágósági és hasonlósági transzformációi (tükrözés, forgatás, nyújtás).

(2) $V = T^n$ és $W = T^m$ a T fölött, $M \in T^{m \times n}$ rögzített mátrix. Legyen $A(v) = Mv$.

(3) $V = W = T[x]$ a T fölött, $A(p) = p'$ (a p polinom deriváltja).

(4) $V = \mathbb{R}[x]$ az $\mathbb{R}$ fölött, $W = \mathbb{R}$ önmaga fölött. $A(p) = p(3)$ (az 3 szám behelyettesítése).

Példák lineáris leképezésre

(1) A sík és a tér origót fixáló egybevágósági és hasonlósági transzformációi (tükrözés, forgatás, nyújtás).

(2) $V = T^n$ és $W = T^m$ a T fölött, $M \in T^{m \times n}$ rögzített mátrix. Legyen $A(v) = Mv$.

(3) $V = W = T[x]$ a T fölött, $A(p) = p'$ (a p polinom deriváltja).

(4) $V = \mathbb{R}[x]$ az $\mathbb{R}$ fölött, $W = \mathbb{R}$ önmaga fölött. $A(p) = p(3)$ (az 3 szám behelyettesítése).

(5) V vektortér T fölött, $W = T^n$ a T test fölött.

Példák lineáris leképezésre

(1) A sík és a tér origót fixáló egybevágósági és hasonlósági transzformációi (tükrözés, forgatás, nyújtás).

(2) $V = T^n$ és $W = T^m$ a T fölött, $M \in T^{m \times n}$ rögzített mátrix. Legyen $A(v) = Mv$.

(3) $V = W = T[x]$ a T fölött, $A(p) = p'$ (a p polinom deriváltja).

(4) $V = \mathbb{R}[x]$ az $\mathbb{R}$ fölött, $W = \mathbb{R}$ önmaga fölött. $A(p) = p(3)$ (az 3 szám behelyettesítése).

(5) V vektortér T fölött, $W = T^n$ a T test fölött. $B = (b_1, \ldots, b_n)$ rögzített bázis V-ben

Példák lineáris leképezésre

(1) A sík és a tér origót fixáló egybevágósági és hasonlósági transzformációi (tükrözés, forgatás, nyújtás).

(2) $V = T^n$ és $W = T^m$ a T fölött, $M \in T^{m \times n}$ rögzített mátrix. Legyen $A(v) = Mv$.

(3) $V = W = T[x]$ a T fölött, $A(p) = p'$ (a p polinom deriváltja).

(4) $V = \mathbb{R}[x]$ az $\mathbb{R}$ fölött, $W = \mathbb{R}$ önmaga fölött. $A(p) = p(3)$ (az 3 szám behelyettesítése).

(5) V vektortér T fölött, $W = T^n$ a T test fölött. $B = (b_1, \ldots, b_n)$ rögzített bázis V-ben és $A(v) = [v]_B$.

Példák lineáris leképezésre

(1) A sík és a tér origót fixáló egybevágósági és hasonlósági transzformációi (tükrözés, forgatás, nyújtás).

(2) $V = T^n$ és $W = T^m$ a T fölött, $M \in T^{m \times n}$ rögzített mátrix. Legyen $A(v) = Mv$.

(3) $V = W = T[x]$ a T fölött, $A(p) = p'$ (a p polinom deriváltja).

(4) $V = \mathbb{R}[x]$ az $\mathbb{R}$ fölött, $W = \mathbb{R}$ önmaga fölött. $A(p) = p(3)$ (az 3 szám behelyettesítése).

(5) V vektortér T fölött, $W = T^n$ a T test fölött. $B = (b_1, \ldots, b_n)$ rögzített bázis V-ben és $A(v) = [v]_B$.

(6) V és W tetszőleges vektorterek T fölött,

Példák lineáris leképezésre

(1) A sík és a tér origót fixáló egybevágósági és hasonlósági transzformációi (tükrözés, forgatás, nyújtás).

(2) $V = T^n$ és $W = T^m$ a T fölött, $M \in T^{m \times n}$ rögzített mátrix. Legyen $A(v) = Mv$.

(3) $V = W = T[x]$ a T fölött, $A(p) = p'$ (a p polinom deriváltja).

(4) $V = \mathbb{R}[x]$ az $\mathbb{R}$ fölött, $W = \mathbb{R}$ önmaga fölött. $A(p) = p(3)$ (az 3 szám behelyettesítése).

(5) V vektortér T fölött, $W = T^n$ a T test fölött. $B = (b_1, \ldots, b_n)$ rögzített bázis V-ben és $A(v) = [v]_B$.

(6) V és W tetszőleges vektorterek T fölött, $A(v) = 0_W$ minden $v \in V$-re. Ez a nulla leképezés,

Példák lineáris leképezésre

(1) A sík és a tér origót fixáló egybevágósági és hasonlósági transzformációi (tükrözés, forgatás, nyújtás).

(2) $V = T^n$ és $W = T^m$ a T fölött, $M \in T^{m \times n}$ rögzített mátrix. Legyen $A(v) = Mv$.

(3) $V = W = T[x]$ a T fölött, $A(p) = p'$ (a p polinom deriváltja).

(4) $V = \mathbb{R}[x]$ az $\mathbb{R}$ fölött, $W = \mathbb{R}$ önmaga fölött. $A(p) = p(3)$ (az 3 szám behelyettesítése).

(5) V vektortér T fölött, $W = T^n$ a T test fölött. $B = (b_1, \ldots, b_n)$ rögzített bázis V-ben és $A(v) = [v]_B$.

(6) V és W tetszőleges vektorterek T fölött, $A(v) = 0_W$ minden $v \in V$-re. Ez a nulla leképezés, jele 0.

Példák lineáris leképezésre

(1) A sík és a tér origót fixáló egybevágósági és hasonlósági transzformációi (tükrözés, forgatás, nyújtás).

(2) $V = T^n$ és $W = T^m$ a T fölött, $M \in T^{m \times n}$ rögzített mátrix. Legyen $A(v) = Mv$.

(3) $V = W = T[x]$ a T fölött, $A(p) = p'$ (a p polinom deriváltja).

(4) $V = \mathbb{R}[x]$ az $\mathbb{R}$ fölött, $W = \mathbb{R}$ önmaga fölött. $A(p) = p(3)$ (az 3 szám behelyettesítése).

(5) V vektortér T fölött, $W = T^n$ a T test fölött. $B = (b_1, \ldots, b_n)$ rögzített bázis V-ben és $A(v) = [v]_B$.

(6) V és W tetszőleges vektorterek T fölött, $A(v) = 0_W$ minden $v \in V$-re. Ez a nulla leképezés, jele 0.

(7) $V = W$ tetszőleges vektortér,

Példák lineáris leképezésre

(1) A sík és a tér origót fixáló egybevágósági és hasonlósági transzformációi (tükrözés, forgatás, nyújtás).

(2) $V = T^n$ és $W = T^m$ a T fölött, $M \in T^{m\times n}$ rögzített mátrix. Legyen $A(v) = Mv$.

(3) $V = W = T[x]$ a T fölött, $A(p) = p'$ (a p polinom deriváltja).

(4) $V = \mathbb{R}[x]$ az $\mathbb{R}$ fölött, $W = \mathbb{R}$ önmaga fölött. $A(p) = p(3)$ (az 3 szám behelyettesítése).

(5) V vektortér T fölött, $W = T^n$ a T test fölött. $B = (b_1, \dots, b_n)$ rögzített bázis V-ben és $A(v) = [v]_B$.

(6) V és W tetszőleges vektorterek T fölött, $A(v) = 0_W$ minden $v \in V$-re. Ez a nulla leképezés, jele 0.

(7) $V = W$ tetszőleges vektortér, $A(v) = v$.

Példák lineáris leképezésre

(1) A sík és a tér origót fixáló egybevágósági és hasonlósági transzformációi (tükrözés, forgatás, nyújtás).

(2) $V = T^n$ és $W = T^m$ a T fölött, $M \in T^{m\times n}$ rögzített mátrix. Legyen $A(v) = Mv$.

(3) $V = W = T[x]$ a T fölött, $A(p) = p'$ (a p polinom deriváltja).

(4) $V = \mathbb{R}[x]$ az $\mathbb{R}$ fölött, $W = \mathbb{R}$ önmaga fölött. $A(p) = p(3)$ (az 3 szám behelyettesítése).

(5) V vektortér T fölött, $W = T^n$ a T test fölött. $B = (b_1, \dots, b_n)$ rögzített bázis V-ben és $A(v) = [v]_B$.

(6) V és W tetszőleges vektorterek T fölött, $A(v) = 0_W$ minden $v \in V$-re. Ez a nulla leképezés, jele 0.

(7) $V = W$ tetszőleges vektortér, $A(v) = v$. Ez az identikus leképezés,

Példák lineáris leképezésre

(1) A sík és a tér origót fixáló egybevágósági és hasonlósági transzformációi (tükrözés, forgatás, nyújtás).

(2) $V = T^n$ és $W = T^m$ a T fölött, $M \in T^{m \times n}$ rögzített mátrix. Legyen $A(v) = Mv$.

(3) $V = W = T[x]$ a T fölött, $A(p) = p'$ (a p polinom deriváltja).

(4) $V = \mathbb{R}[x]$ az $\mathbb{R}$ fölött, $W = \mathbb{R}$ önmaga fölött. $A(p) = p(3)$ (az 3 szám behelyettesítése).

(5) V vektortér T fölött, $W = T^n$ a T test fölött. $B = (b_1, \ldots, b_n)$ rögzített bázis V-ben és $A(v) = [v]_B$.

(6) V és W tetszőleges vektorterek T fölött, $A(v) = 0_W$ minden $v \in V$-re. Ez a nulla leképezés, jele 0.

(7) $V = W$ tetszőleges vektortér, $A(v) = v$. Ez az identikus leképezés, jele I

Példák lineáris leképezésre

(1) A sík és a tér origót fixáló egybevágósági és hasonlósági transzformációi (tükrözés, forgatás, nyújtás).

(2) $V = T^n$ és $W = T^m$ a T fölött, $M \in T^{m \times n}$ rögzített mátrix. Legyen $A(v) = Mv$.

(3) $V = W = T[x]$ a T fölött, $A(p) = p'$ (a p polinom deriváltja).

(4) $V = \mathbb{R}[x]$ az $\mathbb{R}$ fölött, $W = \mathbb{R}$ önmaga fölött. $A(p) = p(3)$ (az 3 szám behelyettesítése).

(5) V vektortér T fölött, $W = T^n$ a T test fölött. $B = (b_1, \ldots, b_n)$ rögzített bázis V-ben és $A(v) = [v]_B$.

(6) V és W tetszőleges vektorterek T fölött, $A(v) = 0_W$ minden $v \in V$-re. Ez a nulla leképezés, jele 0.

(7) $V = W$ tetszőleges vektortér, $A(v) = v$. Ez az identikus leképezés, jele I vagy I_V.

Tükrözés egyenesre

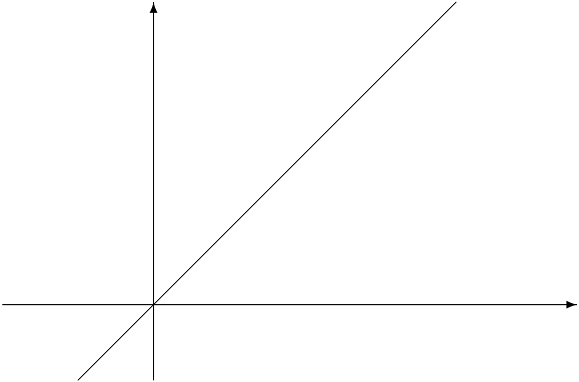
Példa

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés.

Tükrözés egyenesre

Példa

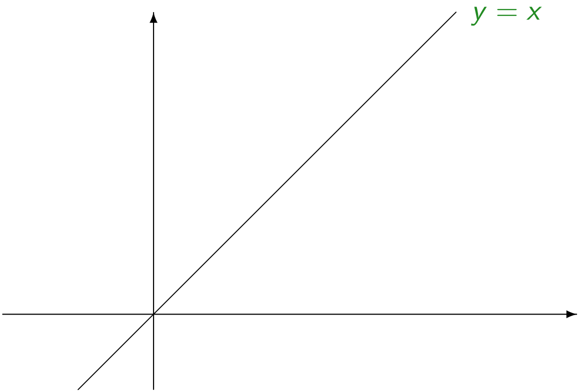
Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés.



Tükrözés egyenesre

Példa

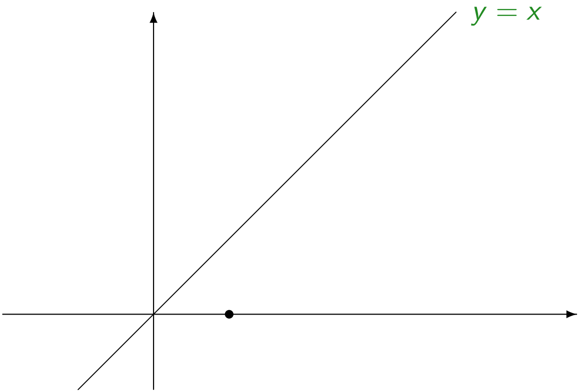
Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés.



Tükrözés egyenesre

Példa

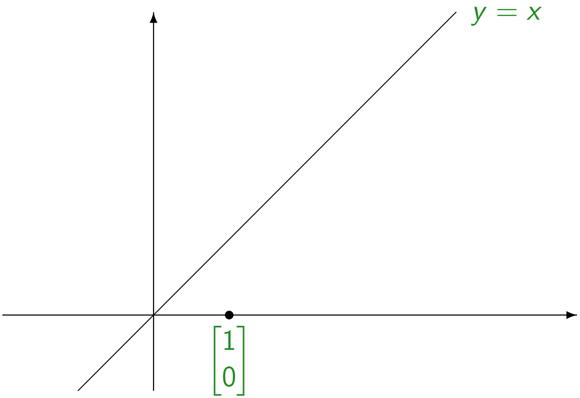
Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés.



Tükrözés egyenesre

Példa

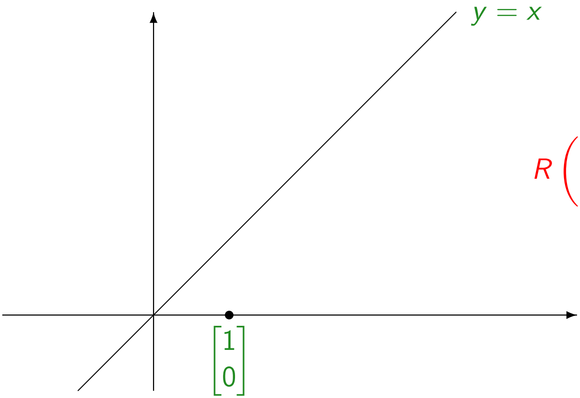
Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés.



Tükrözés egyenesre

Példa

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés.

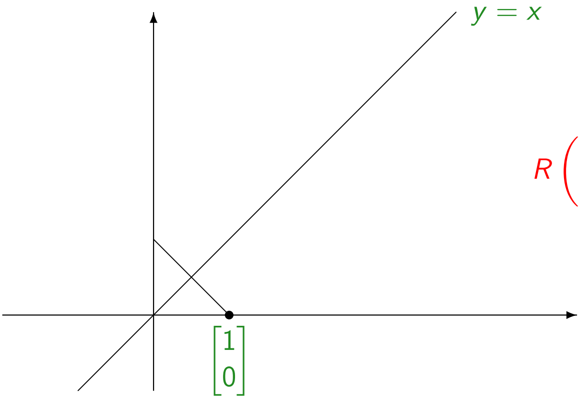


$$R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) =$$

Tükrözés egyenesre

Példa

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés.

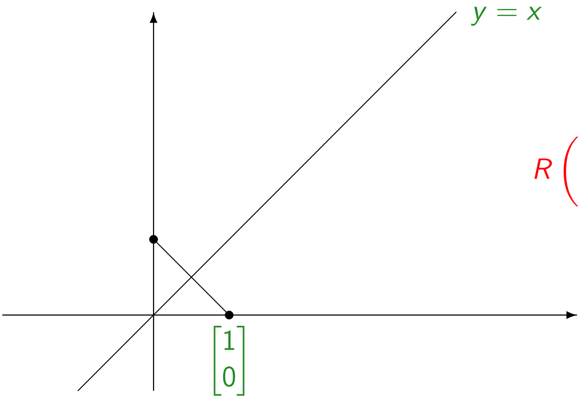


$$R\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) =$$

Tükrözés egyenesre

Példa

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés.

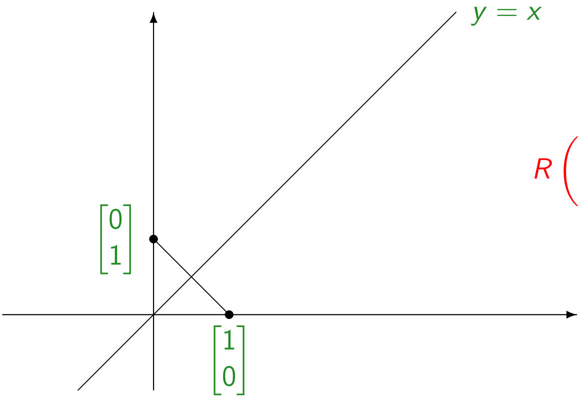


$$R\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) =$$

Tükrözés egyenesre

Példa

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés.

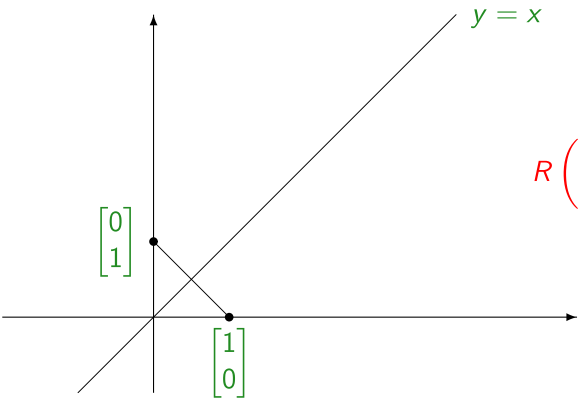


$$R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) =$$

Tükrözés egyenesre

Példa

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés.

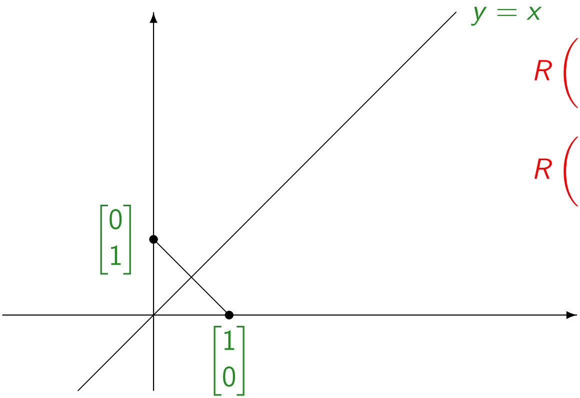


$$R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Tükrözés egyenesre

Példa

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés.



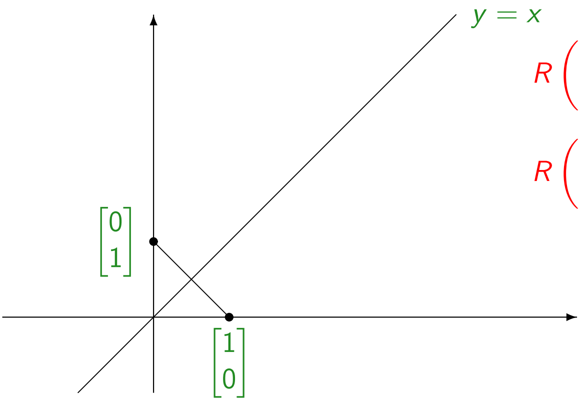
$$R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) =$$

$$R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Tükrözés egyenesre

Példa

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés.



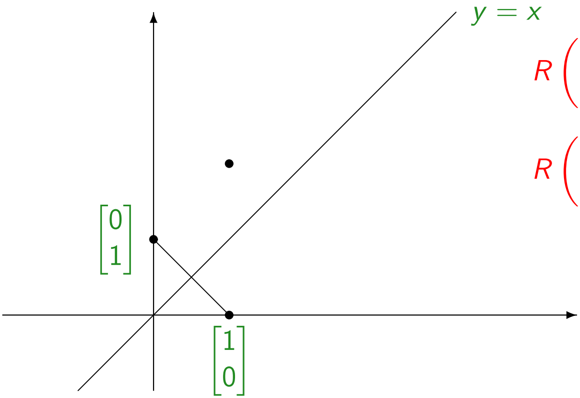
$$R\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$$

$$R\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$$

Tükrözés egyenesre

Példa

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés.



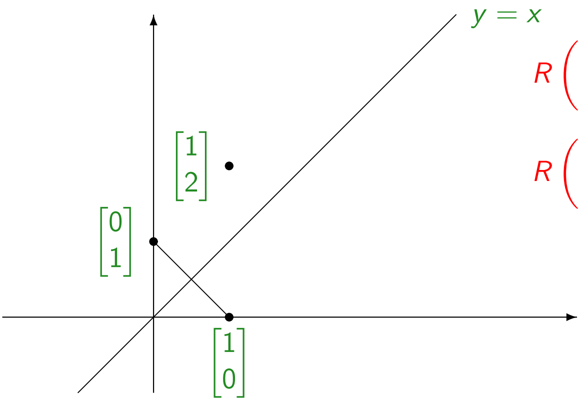
$$R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Tükrözés egyenesre

Példa

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés.



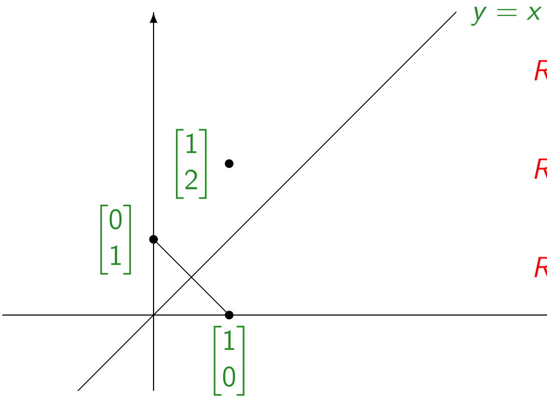
$$R\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$$

$$R\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$$

Tükrözés egyenesre

Példa

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés.



$$R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

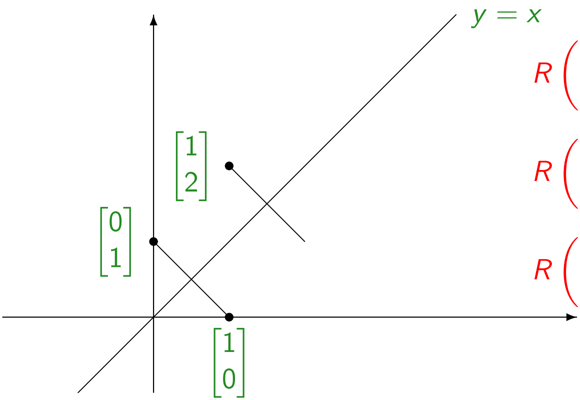
$$R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}\right) =$$

Tükrözés egyenesre

Példa

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés.



$$R\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$$

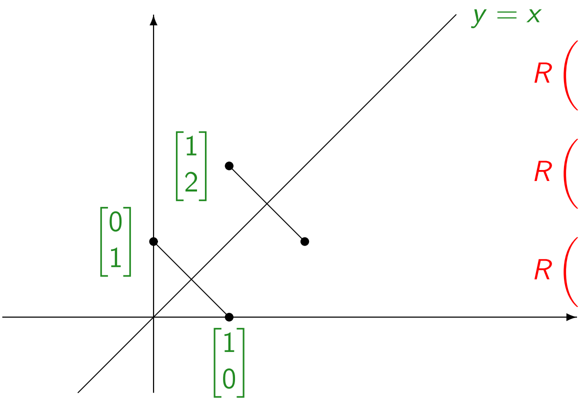
$$R\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$$

$$R\left(\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}\right) =$$

Tükrözés egyenesre

Példa

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés.



$$R\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$$

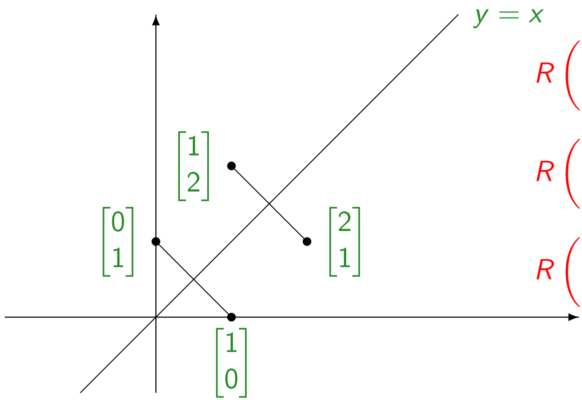
$$R\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$$

$$R\left(\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}\right) =$$

Tükrözés egyenesre

Példa

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés.



$$R\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$$

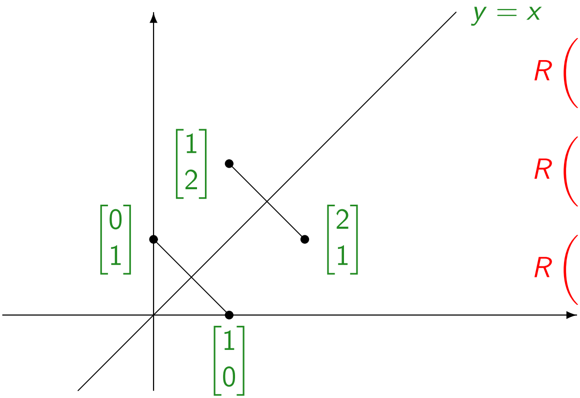
$$R\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$$

$$R\left(\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}\right) =$$

Tükrözés egyenesre

Példa

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés.



$$R\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$$

$$R\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$$

$$R\left(\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$$

A tükrözés képlete

Kérdés

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés.

A tükrözés képlete

Kérdés

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés. $R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = ?$

A tükrözés képlete

Kérdés

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés. $R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = ?$

Láttuk: $R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) =$

A tükrözés képlete

Kérdés

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés. $R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = ?$

Láttuk: $R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

A tükrözés képlete

Kérdés

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés. $R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = ?$

Láttuk: $R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ és $R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) =$

A tükrözés képlete

Kérdés

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés. $R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = ?$

Láttuk: $R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ és $R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Ezért

A tükrözés képlete

Kérdés

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés. $R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = ?$

Láttuk: $R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ és $R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Ezért

$$R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) =$$

A tükrözés képlete

Kérdés

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés. $R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = ?$

Láttuk: $R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ és $R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Ezért

$$R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}\right) +$$

A tükrözés képlete

Kérdés

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés. $R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = ?$

Láttuk: $R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ és $R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Ezért

$$R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right) =$$

A tükrözés képlete

Kérdés

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés. $R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = ?$

Láttuk: $R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ és $R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Ezért

$$R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}\right) +$$

A tükrözés képlete

Kérdés

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés. $R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = ?$

Láttuk: $R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ és $R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Ezért

$$R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}\right) + R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right),$$

A tükrözés képlete

Kérdés

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés. $R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = ?$

Láttuk: $R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ és $R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Ezért

$$R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}\right) + R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right),$$

hiszen R összegtartó.

A tükrözés képlete

Kérdés

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés. $R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = ?$

Láttuk: $R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ és $R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Ezért

$$R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}\right) + R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right),$$

hiszen R összegtartó. A skalárszoros-tartás miatt ez

A tükrözés képlete

Kérdés

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés. $R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = ?$

Láttuk: $R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ és $R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Ezért

$$R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}\right) + R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right),$$

hiszen R összegtartó. A skalárszoros-tartás miatt ez

$$R\left(x\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) +$$

A tükrözés képlete

Kérdés

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés. $R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = ?$

Láttuk: $R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ és $R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Ezért

$$R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}\right) + R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right),$$

hiszen R összegtartó. A skalárszoros-tartás miatt ez

$$R\left(x\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) + R\left(y\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) =$$

A tükrözés képlete

Kérdés

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés. $R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = ?$

Láttuk: $R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ és $R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Ezért

$$R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}\right) + R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right),$$

hiszen R összegtartó. A skalárszoros-tartás miatt ez

$$R\left(x\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) + R\left(y\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = xR\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) +$$

A tükrözés képlete

Kérdés

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés. $R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = ?$

Láttuk: $R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ és $R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Ezért

$$R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}\right) + R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right),$$

hiszen R összegtartó. A skalárszoros-tartás miatt ez

$$R\left(x\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) + R\left(y\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = xR\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) + yR\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) =$$

A tükrözés képlete

Kérdés

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés. $R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = ?$

Láttuk: $R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ és $R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Ezért

$$R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}\right) + R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right),$$

hiszen R összegtartó. A skalárszoros-tartás miatt ez

$$R\left(x\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) + R\left(y\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = xR\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) + yR\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) =$$

$$= x\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} +$$

A tükrözés képlete

Kérdés

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés. $R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = ?$

Láttuk: $R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ és $R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Ezért

$$R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}\right) + R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right),$$

hiszen R összegtartó. A skalárszoros-tartás miatt ez

$$R\left(x\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) + R\left(y\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = xR\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) + yR\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) =$$

$$= x\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + y\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A tükrözés képlete

Kérdés

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés. $R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = ?$

Láttuk: $R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ és $R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Ezért

$$R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}\right) + R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right),$$

hiszen R összegtartó. A skalárszoros-tartás miatt ez

$$R\left(x\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) + R\left(y\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = xR\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) + yR\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) =$$

$$= x\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + y\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ x \end{bmatrix} +$$

A tükrözés képlete

Kérdés

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés. $R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = ?$

Láttuk: $R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ és $R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Ezért

$$R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}\right) + R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right),$$

hiszen R összegtartó. A skalárszoros-tartás miatt ez

$$R\left(x\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) + R\left(y\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = xR\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) + yR\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) =$$

$$= x\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + y\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y \\ 0 \end{bmatrix}$$

A tükrözés képlete

Kérdés

Legyen R az $y = x$ egyenesre való tükrözés. $R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = ?$

Láttuk: $R\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ és $R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Ezért

$$R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right) = R\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix}\right) + R\left(\begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}\right),$$

hiszen R összegtartó. A skalárszoros-tartás miatt ez

$$R\left(x\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) + R\left(y\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = xR\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) + yR\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) =$$

$$= x\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + y\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}.$$

Vektor képe általános transzformációnál

Kérdés

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Vektor képe általános transzformációnál

Kérdés

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$

Vektor képe általános transzformációnál

Kérdés

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$,

Vektor képe általános transzformációnál

Kérdés

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = ?$

Vektor képe általános transzformációnál

Kérdés

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = ?$

$$A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right)$$

Vektor képe általános transzformációnál

Kérdés

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = ?$

$$A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix}\right) +$$

Vektor képe általános transzformációnál

Kérdés

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = ?$

$$A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right) =$$

Vektor képe általános transzformációnál

Kérdés

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = ?$

$$A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix}\right) +$$

Vektor képe általános transzformációnál

Kérdés

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = ?$

$$A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(\begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right),$$

Vektor képe általános transzformációnál

Kérdés

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = ?$

$$A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(\begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right),$$

hiszen A összegtartó.

Vektor képe általános transzformációnál

Kérdés

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = ?$

$$A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(\begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right),$$

hiszen A összegtartó. A skalárszoros-tartás miatt ez

Vektor képe általános transzformációnál

Kérdés

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = ?$

$$A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(\begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right),$$

hiszen A összegtartó. A skalárszoros-tartás miatt ez

$$A\left(x\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) +$$

Vektor képe általános transzformációnál

Kérdés

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = ?$

$$A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(\begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right),$$

hiszen A összegtartó. A skalárszoros-tartás miatt ez

$$A\left(x\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(y\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) =$$

Vektor képe általános transzformációnál

Kérdés

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = ?$

$$A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(\begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right),$$

hiszen A összegtartó. A skalárszoros-tartás miatt ez

$$A\left(x\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(y\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = xA\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) +$$

Vektor képe általános transzformációnál

Kérdés

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = ?$

$$A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(\begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right),$$

hiszen A összegtartó. A skalárszoros-tartás miatt ez

$$A\left(x\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(y\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = xA\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) + yA\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) =$$

Vektor képe általános transzformációnál

Kérdés

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = ?$

$$A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(\begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right),$$

hiszen A összegtartó. A skalárszoros-tartás miatt ez

$$A\left(x\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(y\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = xA\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) + yA\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) =$$

$$= x\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix} +$$

Vektor képe általános transzformációnál

Kérdés

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = ?$

$$A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(\begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right),$$

hiszen A összegtartó. A skalárszoros-tartás miatt ez

$$A\left(x\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(y\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = xA\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) + yA\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) =$$

$$= x\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix} + y\begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$$

Vektor képe általános transzformációnál

Kérdés

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = ?$

$$A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(\begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right),$$

hiszen A összegtartó. A skalárszoros-tartás miatt ez

$$A\left(x\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(y\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = xA\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) + yA\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) =$$

$$= x\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix} + y\begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}ax\\bx\end{bmatrix} +$$

Vektor képe általános transzformációnál

Kérdés

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = ?$

$$A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(\begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right),$$

hiszen A összegtartó. A skalárszoros-tartás miatt ez

$$A\left(x\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(y\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = xA\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) + yA\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) =$$

$$= x\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix} + y\begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}ax\\bx\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}cy\\dy\end{bmatrix}$$

Vektor képe általános transzformációnál

Kérdés

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = ?$

$$A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(\begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right),$$

hiszen A összegtartó. A skalárszoros-tartás miatt ez

$$A\left(x\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(y\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = xA\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) + yA\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) =$$

$$= x\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix} + y\begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}ax\\bx\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}cy\\dy\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}ax+cy\\bx+dy\end{bmatrix}.$$

Vektor képe általános transzformációnál

Kérdés

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = ?$

$$A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(\begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right),$$

hiszen A összegtartó. A skalárszoros-tartás miatt ez

$$A\left(x\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(y\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = xA\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) + yA\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) =$$

$$= x\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix} + y\begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}ax\\bx\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}cy\\dy\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}ax+cy\\bx+dy\end{bmatrix}.$$

Tehát minden vektor képét ki tudjuk számolni,

Vektor képe általános transzformációnál

Kérdés

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = ?$

$$A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix}x\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(\begin{bmatrix}0\\y\end{bmatrix}\right),$$

hiszen A összegtartó. A skalárszoros-tartás miatt ez

$$A\left(x\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) + A\left(y\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = xA\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) + yA\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) =$$

$$= x\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix} + y\begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}ax\\bx\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}cy\\dy\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}ax+cy\\bx+dy\end{bmatrix}.$$

Tehát minden vektor képét ki tudjuk számolni, ha ismerjük a, b, c, d értékét.

Lineáris transzformáció mátrixa

Láttuk

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció.

Lineáris transzformáció mátrixa

Láttuk

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció. Ha

$$A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$$

Lineáris transzformáció mátrixa

Láttuk

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció. Ha

$$A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix} \text{ és } A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix},$$

Lineáris transzformáció mátrixa

Láttuk

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció. Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}ax + cy\\bx + dy\end{bmatrix}$.

Lineáris transzformáció mátrixa

Láttuk

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció. Ha
$A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}ax+cy\\bx+dy\end{bmatrix}$.

Definíció

A fenti A mátrixa $[A] = \begin{bmatrix}a & c\\b & d\end{bmatrix}$.

Lineáris transzformáció mátrixa

Láttuk

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció. Ha $A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}ax+cy\\bx+dy\end{bmatrix}$.

Definíció

A fenti A mátrixa $[A] = \begin{bmatrix}a & c\\b & d\end{bmatrix}$. (Az oszlopok $\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$

Lineáris transzformáció mátrixa

Láttuk

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció. Ha

$$A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix} \text{ és } A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}, \text{ akkor } A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}ax+cy\\bx+dy\end{bmatrix}.$$

Definíció

A fenti A mátrixa $[A] = \begin{bmatrix}a & c\\b & d\end{bmatrix}$. (Az oszlopok $\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ és $\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ képei.)

Lineáris transzformáció mátrixa

Láttuk

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció. Ha

$$A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix} \text{ és } A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}, \text{ akkor } A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}ax+cy\\bx+dy\end{bmatrix}.$$

Definíció

A fenti A mátrixa $[A]=\begin{bmatrix}a & c\\ b & d\end{bmatrix}$. (Az oszlopok $\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ és $\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ képei.)

A mátrix-vektor szorzás definíciójának indoka:

$$\begin{bmatrix}a & c\\ b & d\end{bmatrix}$$

Lineáris transzformáció mátrixa

Láttuk

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció. Ha

$A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ és $A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}$, akkor $A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}ax+cy\\bx+dy\end{bmatrix}$.

Definíció

A fenti A mátrixa $[A] = \begin{bmatrix}a & c\\b & d\end{bmatrix}$. (Az oszlopok $\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ és $\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ képei.)

A mátrix-vektor szorzás definíciójának indoka:

$$\begin{bmatrix}a & c\\b & d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix} =$$

Lineáris transzformáció mátrixa

Láttuk

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció. Ha

$$A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix} \text{ és } A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}, \text{ akkor } A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}ax+cy\\bx+dy\end{bmatrix}.$$

Definíció

A fenti A mátrixa $[A] = \begin{bmatrix}a & c\\b & d\end{bmatrix}$. (Az oszlopok $\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ és $\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ képei.)

A mátrix-vektor szorzás definíciójának indoka:

$$\begin{bmatrix}a & c\\b & d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}ax+cy\\bx+dy\end{bmatrix}$$

Lineáris transzformáció mátrixa

Láttuk

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció. Ha

$$A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix} \text{ és } A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}, \text{ akkor } A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}ax+cy\\bx+dy\end{bmatrix}.$$

Definíció

A fenti A mátrixa $[A]=\begin{bmatrix}a & c\\ b & d\end{bmatrix}$. (Az oszlopok $\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ és $\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ képei.)

A mátrix-vektor szorzás definíciójának indoka:

$\begin{bmatrix}a & c\\ b & d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}ax+cy\\bx+dy\end{bmatrix}$ (így lehet kiszámolni egy vektor képét).

Lineáris transzformáció mátrixa

Láttuk

Legyen $A : T^2 \to T^2$ lineáris transzformáció. Ha

$$A\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix} \text{ és } A\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}c\\d\end{bmatrix}, \text{ akkor } A\left(\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix}ax+cy\\bx+dy\end{bmatrix}.$$

Definíció

A fenti A mátrixa $[A] = \begin{bmatrix}a & c\\b & d\end{bmatrix}$. (Az oszlopok $\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ és $\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ képei.)

A mátrix-vektor szorzás definíciójának indoka:

$\begin{bmatrix}a & c\\b & d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}ax+cy\\bx+dy\end{bmatrix}$ (így lehet kiszámolni egy vektor képét).

Azaz $A(v) = [A]v$.

A forgatás mátrixa

Példa

Az origó körüli α szögű forgatás mátrixa

A forgatás mátrixa

Példa

Az origó körüli α szögű forgatás mátrixa $[F] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$.

A forgatás mátrixa

Példa

Az origó körüli α szögű forgatás mátrixa $[F] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$.

A megfelelő derékszögű háromszögek lerajzolásával: HF.

A forgatás mátrixa

Példa

Az origó körüli α szögű forgatás mátrixa $[F] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$.

A megfelelő derékszögű háromszögek lerajzolásával: HF.
Komplex számokkal:

A forgatás mátrixa

Példa

Az origó körüli α szögű forgatás mátrixa $[F] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$.

A megfelelő derékszögű háromszögek lerajzolásával: HF.
Komplex számokkal: ez a forgatás szorzás $\cos\alpha + i\sin\alpha$-val.

A forgatás mátrixa

Példa

Az origó körüli α szögű forgatás mátrixa $[F] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$.

A megfelelő derékszögű háromszögek lerajzolásával: HF.

Komplex számokkal: ez a forgatás szorzás $\cos\alpha + i\sin\alpha$-val.

Az $x + iy$ számnak az $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ felel meg:

A forgatás mátrixa

Példa

Az origó körüli α szögű forgatás mátrixa $[F] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$.

A megfelelő derékszögű háromszögek lerajzolásával: HF.

Komplex számokkal: ez a forgatás szorzás $\cos\alpha + i\sin\alpha$-val.

Az $x + iy$ számnak az $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ felel meg: $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \leftrightarrow 1$

A forgatás mátrixa

Példa

Az origó körüli α szögű forgatás mátrixa $[F] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$.

A megfelelő derékszögű háromszögek lerajzolásával: HF.
Komplex számokkal: ez a forgatás szorzás $\cos\alpha + i\sin\alpha$-val.

Az $x + iy$ számnak az $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ felel meg: $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \leftrightarrow 1$ és $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \leftrightarrow i$.

A forgatás mátrixa

Példa

Az origó körüli α szögű forgatás mátrixa $[F] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$.

A megfelelő derékszögű háromszögek lerajzolásával: HF.

Komplex számokkal: ez a forgatás szorzás $\cos\alpha + i\sin\alpha$-val.

Az $x + iy$ számnak az $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ felel meg: $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \leftrightarrow 1$ és $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \leftrightarrow i$.

A $[F]$ első oszlopa:

A forgatás mátrixa

Példa

Az origó körüli α szögű forgatás mátrixa $[F] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$.

A megfelelő derékszögű háromszögek lerajzolásával: HF.
Komplex számokkal: ez a forgatás szorzás $\cos\alpha + i\sin\alpha$-val.

Az $x + iy$ számnak az $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ felel meg: $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \leftrightarrow 1$ és $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \leftrightarrow i$.

A $[F]$ első oszlopa: $1(\cos\alpha + i\sin\alpha)$

A forgatás mátrixa

Példa

Az origó körüli α szögű forgatás mátrixa $[F] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$.

A megfelelő derékszögű háromszögek lerajzolásával: HF.

Komplex számokkal: ez a forgatás szorzás $\cos\alpha + i\sin\alpha$-val.

Az $x + iy$ számnak az $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ felel meg: $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \leftrightarrow 1$ és $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \leftrightarrow i$.

A $[F]$ első oszlopa: $1(\cos\alpha + i\sin\alpha) \leftrightarrow \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{bmatrix}$.

A forgatás mátrixa

Példa

Az origó körüli α szögű forgatás mátrixa $[F] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$.

A megfelelő derékszögű háromszögek lerajzolásával: HF.

Komplex számokkal: ez a forgatás szorzás $\cos\alpha + i\sin\alpha$-val.

Az $x + iy$ számnak az $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ felel meg: $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \leftrightarrow 1$ és $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \leftrightarrow i$.

A $[F]$ első oszlopa: $1(\cos\alpha + i\sin\alpha) \leftrightarrow \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{bmatrix}$.

A második:

A forgatás mátrixa

Példa

Az origó körüli α szögű forgatás mátrixa $[F] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$.

A megfelelő derékszögű háromszögek lerajzolásával: HF.

Komplex számokkal: ez a forgatás szorzás $\cos\alpha + i\sin\alpha$-val.

Az $x + iy$ számnak az $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ felel meg: $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \leftrightarrow 1$ és $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \leftrightarrow i$.

A $[F]$ első oszlopa: $1(\cos\alpha + i\sin\alpha) \leftrightarrow \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{bmatrix}$.

A második: $i(\cos\alpha + i\sin\alpha) =$

A forgatás mátrixa

Példa

Az origó körüli α szögű forgatás mátrixa $[F] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$.

A megfelelő derékszögű háromszögek lerajzolásával: HF.

Komplex számokkal: ez a forgatás szorzás $\cos\alpha + i\sin\alpha$-val.

Az $x + iy$ számnak az $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ felel meg: $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \leftrightarrow 1$ és $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \leftrightarrow i$.

A $[F]$ első oszlopa: $1(\cos\alpha + i\sin\alpha) \leftrightarrow \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{bmatrix}$.

A második: $i(\cos\alpha + i\sin\alpha) = -\sin\alpha + i\cos\alpha$

A forgatás mátrixa

Példa

Az origó körüli α szögű forgatás mátrixa $[F] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$.

A megfelelő derékszögű háromszögek lerajzolásával: HF.

Komplex számokkal: ez a forgatás szorzás $\cos\alpha + i\sin\alpha$-val.

Az $x + iy$ számnak az $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ felel meg: $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \leftrightarrow 1$ és $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \leftrightarrow i$.

A $[F]$ első oszlopa: $1(\cos\alpha + i\sin\alpha) \leftrightarrow \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{bmatrix}$.

A második: $i(\cos\alpha + i\sin\alpha) = -\sin\alpha + i\cos\alpha \leftrightarrow \begin{bmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \end{bmatrix}$.

Mátrix bázispárban

Definíció (F5.7.1. Definíció)

$\mathbf{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ bázis V-ben,

Mátrix bázispárban

Definíció (F5.7.1. Definíció)

$\mathbf{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ bázis V-ben, $\mathbf{d} = (d_1, \ldots, d_m)$ bázis W-ben.

Mátrix bázispárban

Definíció (F5.7.1. Definíció)

$\mathbf{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ bázis V-ben, $\mathbf{d} = (d_1, \ldots, d_m)$ bázis W-ben.
Ha $A : V \to W$ lineáris leképezés,

Mátrix bázispárban

Definíció (F5.7.1. Definíció)

$\mathbf{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ bázis V-ben, $\mathbf{d} = (d_1, \ldots, d_m)$ bázis W-ben.
Ha $A : V \to W$ lineáris leképezés, akkor A mátrixa
a $(\mathbf{b}, \mathbf{d})$ bázispárban

Mátrix bázispárban

Definíció (F5.7.1. Definíció)

$\mathbf{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ bázis V-ben, $\mathbf{d} = (d_1, \ldots, d_m)$ bázis W-ben.
Ha $A : V \to W$ lineáris leképezés, akkor A mátrixa
a $(\mathbf{b}, \mathbf{d})$ bázispárban $[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = \Big[[A(b_1)]_{\mathbf{d}}, \ldots, [A(b_n)]_{\mathbf{d}}\Big] \in T^{m\times n}$.

Mátrix bázispárban

Definíció (F5.7.1. Definíció)

$\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_n)$ bázis V-ben, $\mathbf{d} = (d_1, \dots, d_m)$ bázis W-ben.
Ha $A : V \to W$ lineáris leképezés, akkor A mátrixa
a $(\mathbf{b}, \mathbf{d})$ bázispárban $[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = \Big[[A(b_1)]_{\mathbf{d}}, \dots, [A(b_n)]_{\mathbf{d}} \Big] \in T^{m \times n}$.

A mátrix j-edik oszlopába $A(b_j)$ koordinátáit írjuk a $\mathbf{d}$ bázisban.

Mátrix bázispárban

Definíció (F5.7.1. Definíció)

$\mathbf{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ bázis V-ben, $\mathbf{d} = (d_1, \ldots, d_m)$ bázis W-ben.
Ha $A : V \to W$ lineáris leképezés, akkor A mátrixa
a $(\mathbf{b}, \mathbf{d})$ bázispárban $[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = \Big[[A(b_1)]_{\mathbf{d}}, \ldots, [A(b_n)]_{\mathbf{d}} \Big] \in T^{m \times n}$.
A mátrix j-edik oszlopába $A(b_j)$ koordinátáit írjuk a $\mathbf{d}$ bázisban.

Azaz $[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \ldots & \lambda_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{m1} & \ldots & \lambda_{mn} \end{bmatrix}$ azt jelenti, hogy

Mátrix bázispárban

Definíció (F5.7.1. Definíció)

$\mathbf{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ bázis V-ben, $\mathbf{d} = (d_1, \ldots, d_m)$ bázis W-ben.
Ha $A : V \to W$ lineáris leképezés, akkor A mátrixa
a $(\mathbf{b}, \mathbf{d})$ bázispárban $[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = \left[[A(b_1)]_{\mathbf{d}}, \ldots, [A(b_n)]_{\mathbf{d}} \right] \in T^{m \times n}$.

A mátrix j-edik oszlopába $A(b_j)$ koordinátáit írjuk a $\mathbf{d}$ bázisban.

Azaz $[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \ldots & \lambda_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{m1} & \ldots & \lambda_{mn} \end{bmatrix}$ azt jelenti, hogy

$A(b_1) = \lambda_{11} d_1 + \ldots + \lambda_{m1} d_m$,

Mátrix bázispárban

Definíció (F5.7.1. Definíció)

$\mathbf{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ bázis V-ben, $\mathbf{d} = (d_1, \ldots, d_m)$ bázis W-ben.
Ha $A : V \to W$ lineáris leképezés, akkor A mátrixa
a $(\mathbf{b}, \mathbf{d})$ bázispárban $[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = \Big[[A(b_1)]_{\mathbf{d}}, \ldots, [A(b_n)]_{\mathbf{d}} \Big] \in T^{m \times n}$.

A mátrix j-edik oszlopába $A(b_j)$ koordinátáit írjuk a $\mathbf{d}$ bázisban.

Azaz $[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \ldots & \lambda_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{m1} & \ldots & \lambda_{mn} \end{bmatrix}$ azt jelenti, hogy

$A(b_1) = \lambda_{11} d_1 + \ldots + \lambda_{m1} d_m$,
$\ldots$,
$A(b_n) = \lambda_{1n} d_1 + \ldots + \lambda_{mn} d_m$.

Mátrix bázispárban

Definíció (F5.7.1. Definíció)

$\mathbf{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ bázis V-ben, $\mathbf{d} = (d_1, \ldots, d_m)$ bázis W-ben.
Ha $A : V \to W$ lineáris leképezés, akkor A mátrixa
a $(\mathbf{b}, \mathbf{d})$ bázispárban $[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = \Big[[A(b_1)]_{\mathbf{d}}, \ldots, [A(b_n)]_{\mathbf{d}}\Big] \in T^{m\times n}$.

A mátrix j-edik oszlopába $A(b_j)$ koordinátáit írjuk a $\mathbf{d}$ bázisban.

Azaz $[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \ldots & \lambda_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{m1} & \ldots & \lambda_{mn} \end{bmatrix}$ azt jelenti, hogy

$A(b_1) = \lambda_{11} d_1 + \ldots + \lambda_{m1} d_m$,
$\ldots$,
$A(b_n) = \lambda_{1n} d_1 + \ldots + \lambda_{mn} d_m$.

Az előbbi példákban a sík szokásos bázisa szerepelt.

Vektor képének kiszámítása

Tétel (F5.7.3. Tétel)

Legyen $\mathbf{b}$ bázis V-ben,

Vektor képének kiszámítása

Tétel (F5.7.3. Tétel)

Legyen $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben,

Vektor képének kiszámítása

Tétel (F5.7.3. Tétel)

Legyen **b** bázis V-ben, **d** bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$

Vektor képének kiszámítása

Tétel (F5.7.3. Tétel)

Legyen $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $v \in V$.

Vektor képének kiszámítása

Tétel (F5.7.3. Tétel)

Legyen $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $v \in V$. Ekkor $[A(v)]_{\mathbf{d}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[v]_{\mathbf{b}}$.

Vektor képének kiszámítása

Tétel (F5.7.3. Tétel)

Legyen $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $v \in V$. Ekkor $[A(v)]_{\mathbf{d}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[v]_{\mathbf{b}}$.

Bázisok megjegyzése: $\mathbf{d} = (\mathbf{d}/\mathbf{b})\mathbf{b}$

Vektor képének kiszámítása

Tétel (F5.7.3. Tétel)

Legyen $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $v \in V$. Ekkor $[A(v)]_{\mathbf{d}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[v]_{\mathbf{b}}$.

Bázisok megjegyzése: $\mathbf{d} = (\mathbf{d}/\mathbf{b})\mathbf{b}$ („kiesik" a $\mathbf{b}$).

Vektor képének kiszámítása

Tétel (F5.7.3. Tétel)

Legyen $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $v \in V$. Ekkor $[A(v)]_{\mathbf{d}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[v]_{\mathbf{b}}$.

Bázisok megjegyzése: $\mathbf{d} = (\mathbf{d}/\mathbf{b})\mathbf{b}$ („kiesik” a $\mathbf{b}$).

Bizonyítás

Legyen $[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = ((\lambda_{ij}))$

Vektor képének kiszámítása

Tétel (F5.7.3. Tétel)

Legyen $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $v \in V$. Ekkor $[A(v)]_{\mathbf{d}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[v]_{\mathbf{b}}$.

Bázisok megjegyzése: $\mathbf{d} = (\mathbf{d}/\mathbf{b})\mathbf{b}$ („kiesik" a $\mathbf{b}$).

Bizonyítás

Legyen $[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = ((\lambda_{ij}))$ és $[v]_{\mathbf{b}} = ((\mu_j))$.

Vektor képének kiszámítása

Tétel (F5.7.3. Tétel)

Legyen $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $v \in V$. Ekkor $[A(v)]_{\mathbf{d}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[v]_{\mathbf{b}}$.

Bázisok megjegyzése: $\mathbf{d} = (\mathbf{d}/\mathbf{b})\mathbf{b}$ („kiesik” a $\mathbf{b}$).

Bizonyítás

Legyen $[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = ((\lambda_{ij}))$ és $[v]_{\mathbf{b}} = ((\mu_j))$. Ekkor

$$[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[v]_{\mathbf{b}} =$$

Vektor képének kiszámítása

Tétel (F5.7.3. Tétel)

Legyen **b** bázis V-ben, **d** bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $v \in V$. Ekkor $[A(v)]_{\mathbf{d}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[v]_{\mathbf{b}}$.

Bázisok megjegyzése: $\mathbf{d} = (\mathbf{d}/\mathbf{b})\mathbf{b}$ („kiesik” a **b**).

Bizonyítás

Legyen $[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = ((\lambda_{ij}))$ és $[v]_{\mathbf{b}} = ((\mu_j))$. Ekkor

$$[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[v]_{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \dots & \lambda_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{m1} & \dots & \lambda_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix} =$$

Vektor képének kiszámítása

Tétel (F5.7.3. Tétel)

Legyen **b** bázis V-ben, **d** bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $v \in V$. Ekkor $[A(v)]_{\mathbf{d}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[v]_{\mathbf{b}}$.

Bázisok megjegyzése: $\mathbf{d} = (\mathbf{d}/\mathbf{b})\mathbf{b}$ („kiesik” a **b**).

Bizonyítás

Legyen $[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = ((\lambda_{ij}))$ és $[v]_{\mathbf{b}} = ((\mu_j))$. Ekkor

$$[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[v]_{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \dots & \lambda_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{m1} & \dots & \lambda_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11}\mu_1 + \dots + \lambda_{1n}\mu_n \\ \vdots \\ \lambda_{m1}\mu_1 + \dots + \lambda_{mn}\mu_n \end{bmatrix}$$

Vektor képének kiszámítása

Tétel (F5.7.3. Tétel)

Legyen $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $v \in V$. Ekkor $[A(v)]_{\mathbf{d}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[v]_{\mathbf{b}}$.

Bázisok megjegyzése: $\mathbf{d} = (\mathbf{d}/\mathbf{b})\mathbf{b}$ („kiesik” a $\mathbf{b}$).

Bizonyítás

Legyen $[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = ((\lambda_{ij}))$ és $[v]_{\mathbf{b}} = ((\mu_j))$. Ekkor

$$[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[v]_{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \dots & \lambda_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{m1} & \dots & \lambda_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11}\mu_1 + \dots + \lambda_{1n}\mu_n \\ \vdots \\ \lambda_{m1}\mu_1 + \dots + \lambda_{mn}\mu_n \end{bmatrix}$$

Tudjuk: $A(v) = A(\mu_1 b_1 + \dots + \mu_n b_n) =$

Vektor képének kiszámítása

Tétel (F5.7.3. Tétel)

Legyen $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $v \in V$. Ekkor $[A(v)]_{\mathbf{d}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[v]_{\mathbf{b}}$.

Bázisok megjegyzése: $\mathbf{d} = (\mathbf{d}/\mathbf{b})\mathbf{b}$ („kiesik" a $\mathbf{b}$).

Bizonyítás

Legyen $[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = ((\lambda_{ij}))$ és $[v]_{\mathbf{b}} = ((\mu_j))$. Ekkor

$$[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[v]_{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \dots & \lambda_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{m1} & \dots & \lambda_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11}\mu_1 + \ldots + \lambda_{1n}\mu_n \\ \vdots \\ \lambda_{m1}\mu_1 + \ldots + \lambda_{mn}\mu_n \end{bmatrix}$$

Tudjuk: $A(v) = A(\mu_1 b_1 + \ldots + \mu_n b_n) = \mu_1 A(b_1) + \ldots + \mu_n A(b_n)$,

Vektor képének kiszámítása

Tétel (F5.7.3. Tétel)

Legyen $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $v \in V$. Ekkor $[A(v)]_{\mathbf{d}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[v]_{\mathbf{b}}$.

Bázisok megjegyzése: $\mathbf{d} = (\mathbf{d}/\mathbf{b})\mathbf{b}$ („kiesik” a $\mathbf{b}$).

Bizonyítás

Legyen $[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = ((\lambda_{ij}))$ és $[v]_{\mathbf{b}} = ((\mu_j))$. Ekkor

$$[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[v]_{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \dots & \lambda_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{m1} & \dots & \lambda_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11}\mu_1 + \dots + \lambda_{1n}\mu_n \\ \vdots \\ \lambda_{m1}\mu_1 + \dots + \lambda_{mn}\mu_n \end{bmatrix}$$

Tudjuk: $A(v) = A(\mu_1 b_1 + \dots + \mu_n b_n) = \mu_1 A(b_1) + \dots + \mu_n A(b_n)$, és $A(b_j) = \lambda_{1j} d_1 + \dots + \lambda_{mj} d_m$.

Vektor képének kiszámítása

Tétel (F5.7.3. Tétel)

Legyen **b** bázis V-ben, **d** bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $v \in V$. Ekkor $[A(v)]_{\mathbf{d}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[v]_{\mathbf{b}}$.

Bázisok megjegyzése: $\mathbf{d} = (\mathbf{d}/\mathbf{b})\mathbf{b}$ („kiesik” a **b**).

Bizonyítás

Legyen $[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = ((\lambda_{ij}))$ és $[v]_{\mathbf{b}} = ((\mu_j))$. Ekkor

$$[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[v]_{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \dots & \lambda_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{m1} & \dots & \lambda_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11}\mu_1 + \ldots + \lambda_{1n}\mu_n \\ \vdots \\ \lambda_{m1}\mu_1 + \ldots + \lambda_{mn}\mu_n \end{bmatrix}$$

Tudjuk: $A(v) = A(\mu_1 b_1 + \ldots + \mu_n b_n) = \mu_1 A(b_1) + \ldots + \mu_n A(b_n)$, és $A(b_j) = \lambda_{1j} d_1 + \ldots + \lambda_{mj} d_m$. Behelyettesítve
$A(v) = (\lambda_{11}\mu_1 + \ldots + \lambda_{1n}\mu_n)d_1 + \ldots + (\lambda_{m1}\mu_1 + \ldots + \lambda_{mn}\mu_n)d_m$.

Példa kompozícióra

Kérdés

Melyik transzformációt kapjuk,

Példa kompozícióra

Kérdés

Melyik transzformációt kapjuk, ha először tükrözünk
az $y = x$ egyenesre,

Példa kompozícióra

Kérdés

Melyik transzformációt kapjuk, ha először tükrözünk az $y = x$ egyenesre, majd forgatunk az origó körül $90°$-kal?

Példa kompozícióra

Kérdés

Melyik transzformációt kapjuk, ha először tükrözünk az $y = x$ egyenesre, majd forgatunk az origó körül $90°$-kal?
Ez a két transzformáció kompozíciója

Példa kompozícióra

Kérdés

Melyik transzformációt kapjuk, ha először tükrözünk az $y = x$ egyenesre, majd forgatunk az origó körül 90°-kal?
Ez a két transzformáció kompozíciója (egymás utánja).

Példa kompozícióra

Kérdés

Melyik transzformációt kapjuk, ha először tükrözünk az $y = x$ egyenesre, majd forgatunk az origó körül $90°$-kal?
Ez a két transzformáció kompozíciója (egymás utánja).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mapsto$$

Példa kompozícióra

Kérdés

Melyik transzformációt kapjuk, ha először tükrözünk az $y = x$ egyenesre, majd forgatunk az origó körül 90°-kal?
Ez a két transzformáció kompozíciója (egymás utánja).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mapsto R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) =$$

Példa kompozícióra

Kérdés

Melyik transzformációt kapjuk, ha először tükrözünk az $y = x$ egyenesre, majd forgatunk az origó körül $90°$-kal?
Ez a két transzformáció kompozíciója (egymás utánja).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mapsto R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}.$$

Példa kompozícióra

Kérdés

Melyik transzformációt kapjuk, ha először tükrözünk az $y = x$ egyenesre, majd forgatunk az origó körül $90°$-kal? Ez a két transzformáció **kompozíciója** (egymás utánja).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mapsto R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}.$$

Mivel $[F] = \begin{bmatrix} \cos 90° & -\sin 90° \\ \sin 90° & \cos 90° \end{bmatrix} =$

Példa kompozícióra

Kérdés

Melyik transzformációt kapjuk, ha először tükrözünk az $y = x$ egyenesre, majd forgatunk az origó körül 90°-kal? Ez a két transzformáció kompozíciója (egymás utánja).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mapsto R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}.$$

Mivel $[F] = \begin{bmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$,

Példa kompozícióra

Kérdés

Melyik transzformációt kapjuk, ha először tükrözünk az $y = x$ egyenesre, majd forgatunk az origó körül $90°$-kal?
Ez a két transzformáció kompozíciója (egymás utánja).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mapsto R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}.$$

Mivel $[F] = \begin{bmatrix} \cos 90° & -\sin 90° \\ \sin 90° & \cos 90° \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, ezért $\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}$ képe

Példa kompozícióra

Kérdés

Melyik transzformációt kapjuk, ha először tükrözünk az $y = x$ egyenesre, majd forgatunk az origó körül $90°$-kal? Ez a két transzformáció kompozíciója (egymás utánja).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mapsto R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}.$$

Mivel $[F] = \begin{bmatrix} \cos 90° & -\sin 90° \\ \sin 90° & \cos 90° \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, ezért $\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}$ képe

$$F\left(\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}\right) =$$

Példa kompozícióra

Kérdés

Melyik transzformációt kapjuk, ha először tükrözünk az $y = x$ egyenesre, majd forgatunk az origó körül $90°$-kal?
Ez a két transzformáció kompozíciója (egymás utánja).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mapsto R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}.$$

Mivel $[F] = \begin{bmatrix} \cos 90° & -\sin 90° \\ \sin 90° & \cos 90° \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, ezért $\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}$ képe

$$F\left(\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Példa kompozícióra

Kérdés

Melyik transzformációt kapjuk, ha először tükrözünk az $y = x$ egyenesre, majd forgatunk az origó körül $90°$-kal? Ez a két transzformáció kompozíciója (egymás utánja).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mapsto R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}.$$

Mivel $[F] = \begin{bmatrix} \cos 90° & -\sin 90° \\ \sin 90° & \cos 90° \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, ezért $\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}$ képe

$$F\left(\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} =$$

Példa kompozícióra

Kérdés

Melyik transzformációt kapjuk, ha először tükrözünk az $y = x$ egyenesre, majd forgatunk az origó körül 90°-kal? Ez a két transzformáció **kompozíciója** (egymás utánja).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mapsto R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}.$$

Mivel $[F] = \begin{bmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, ezért $\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}$ képe

$$F\left(\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0y + (-1)x \\ 1y + 0x \end{bmatrix} =$$

Példa kompozícióra

Kérdés

Melyik transzformációt kapjuk, ha először tükrözünk az $y = x$ egyenesre, majd forgatunk az origó körül $90°$-kal?
Ez a két transzformáció kompozíciója (egymás utánja).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mapsto R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}.$$

Mivel $[F] = \begin{bmatrix} \cos 90° & -\sin 90° \\ \sin 90° & \cos 90° \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, ezért $\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}$ képe

$$F\left(\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0y + (-1)x \\ 1y + 0x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x \\ y \end{bmatrix}.$$

Példa kompozícióra

Kérdés

Melyik transzformációt kapjuk, ha először tükrözünk az $y = x$ egyenesre, majd forgatunk az origó körül $90°$-kal?
Ez a két transzformáció kompozíciója (egymás utánja).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mapsto R\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}.$$

Mivel $[F] = \begin{bmatrix} \cos 90° & -\sin 90° \\ \sin 90° & \cos 90° \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, ezért $\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}$ képe

$$F\left(\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0y + (-1)x \\ 1y + 0x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x \\ y \end{bmatrix}.$$

Az eredmény az y-tengelyre való tükrözés (HF).

A kompozíció mátrixa

Definíció

Ha $A, B : T^2 \to T^2$ transzformációk,

A kompozíció mátrixa

Definíció

Ha $A, B : T^2 \to T^2$ transzformációk, akkor kompozíciójuk $(A \circ B)(v) = A\big(B(v)\big)$ tetszőleges $v \in T^2$ esetén.

A kompozíció mátrixa

Definíció

Ha $A, B : T^2 \to T^2$ transzformációk, akkor kompozíciójuk $(A \circ B)(v) = A\big(B(v)\big)$ tetszőleges $v \in T^2$ esetén.
Összetett függvény:

A kompozíció mátrixa

Definíció

Ha $A, B : T^2 \to T^2$ transzformációk, akkor kompozíciójuk $(A \circ B)(v) = A(B(v))$ tetszőleges $v \in T^2$ esetén.
Összetett függvény: először B-t,

A kompozíció mátrixa

Definíció

Ha $A, B : T^2 \to T^2$ transzformációk, akkor kompozíciójuk $(A \circ B)(v) = A\big(B(v)\big)$ tetszőleges $v \in T^2$ esetén.
Összetett függvény: először B-t, utána A-t alkalmazzuk.

A kompozíció mátrixa

Definíció

Ha $A, B : T^2 \to T^2$ transzformációk, akkor kompozíciójuk $(A \circ B)(v) = A\big(B(v)\big)$ tetszőleges $v \in T^2$ esetén.
Összetett függvény: először B-t, utána A-t alkalmazzuk.

Tétel

Ha $[A] = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$,

A kompozíció mátrixa

Definíció

Ha $A, B : T^2 \to T^2$ transzformációk, akkor kompozíciójuk $(A \circ B)(v) = A\big(B(v)\big)$ tetszőleges $v \in T^2$ esetén.
Összetett függvény: először B-t, utána A-t alkalmazzuk.

Tétel

Ha $[A] = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, és $[B] = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix}$,

A kompozíció mátrixa

Definíció

Ha $A, B : T^2 \to T^2$ transzformációk, akkor kompozíciójuk $(A \circ B)(v) = A\big(B(v)\big)$ tetszőleges $v \in T^2$ esetén.
Összetett függvény: először B-t, utána A-t alkalmazzuk.

Tétel

Ha $[A] = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, és $[B] = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix}$, akkor

$$[A \circ B] = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

A kompozíció mátrixa

Definíció

Ha $A, B : T^2 \to T^2$ transzformációk, akkor kompozíciójuk $(A \circ B)(v) = A\big(B(v)\big)$ tetszőleges $v \in T^2$ esetén.
Összetett függvény: először B-t, utána A-t alkalmazzuk.

Tétel

Ha $[A] = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, és $[B] = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix}$, akkor

$$[A \circ B] = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Tehát $[A \circ B] = [A][B]$:

A kompozíció mátrixa

Definíció

Ha $A, B : T^2 \to T^2$ transzformációk, akkor kompozíciójuk $(A \circ B)(v) = A\big(B(v)\big)$ tetszőleges $v \in T^2$ esetén.
Összetett függvény: először B-t, utána A-t alkalmazzuk.

Tétel

Ha $[A] = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, és $[B] = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix}$, akkor

$$[A \circ B] = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Tehát $[A \circ B] = [A][B]$: kompozíció mátrixa a mátrixok szorzata.

A kompozíció mátrixa

Definíció

Ha $A, B : T^2 \to T^2$ transzformációk, akkor kompozíciójuk $(A \circ B)(v) = A\big(B(v)\big)$ tetszőleges $v \in T^2$ esetén.
Összetett függvény: először B-t, utána A-t alkalmazzuk.

Tétel

Ha $[A] = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, és $[B] = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix}$, akkor

$$[A \circ B] = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Tehát $[A \circ B] = [A][B]$: kompozíció mátrixa a mátrixok szorzata.

A mátrixok szorzását azért definiáltuk ezekkel a képletekkel, hogy ez az összefüggés igaz legyen.

A kompozíció mátrixának kiszámítása

Tétel

$$[A] = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix},$$

A kompozíció mátrixának kiszámítása

Tétel

$[A] = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, $[B] = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix}$

A kompozíció mátrixának kiszámítása

Tétel

$$[A]=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix},\ [B]=\begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} \implies [A\circ B]=\begin{bmatrix} aa'+cb' & ac'+cd' \\ ba'+db' & bc'+dd' \end{bmatrix}.$$

A kompozíció mátrixának kiszámítása

Tétel

$$[A] = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix},\ [B] = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} \implies [A \circ B] = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Bizonyítás

$$A\left(B\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) =$$

A kompozíció mátrixának kiszámítása

Tétel

$$[A]=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix},\ [B]=\begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} \implies [A\circ B]=\begin{bmatrix} aa'+cb' & ac'+cd' \\ ba'+db' & bc'+dd' \end{bmatrix}.$$

Bizonyítás

$$A\left(B\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right)=A\left(\begin{bmatrix}a'\\b'\end{bmatrix}\right)=$$

A kompozíció mátrixának kiszámítása

Tétel

$$[A] = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix},\ [B] = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} \implies [A \circ B] = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Bizonyítás

$$A\left(B\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$$

A kompozíció mátrixának kiszámítása

Tétel

$$[A] = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix},\ [B] = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} \implies [A \circ B] = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Bizonyítás

$$A\left(B\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix} =$$

A kompozíció mátrixának kiszámítása

Tétel

$$[A]=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix},\ [B]=\begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} \implies [A\circ B]=\begin{bmatrix} aa'+cb' & ac'+cd' \\ ba'+db' & bc'+dd' \end{bmatrix}.$$

Bizonyítás

$$A\left(B\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right)=A\left(\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} aa'+cb' \\ ba'+db' \end{bmatrix}.$$

A kompozíció mátrixának kiszámítása

Tétel

$$[A]=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix},\ [B]=\begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} \implies [A\circ B]=\begin{bmatrix} aa'+cb' & ac'+cd' \\ ba'+db' & bc'+dd' \end{bmatrix}.$$

Bizonyítás

$$A\left(B\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right)=A\left(\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} aa'+cb' \\ ba'+db' \end{bmatrix}.$$

Ezért $A\circ B$ első oszlopa tényleg az, ami a tételben szerepel.

A kompozíció mátrixának kiszámítása

Tétel

$$[A]=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix},\ [B]=\begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} \implies [A\circ B]=\begin{bmatrix} aa'+cb' & ac'+cd' \\ ba'+db' & bc'+dd' \end{bmatrix}.$$

Bizonyítás

$$A\left(B\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right)=A\left(\begin{bmatrix}a'\\b'\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix}a'\\b'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}aa'+cb'\\ba'+db'\end{bmatrix}.$$

Ezért $A\circ B$ első oszlopa tényleg az, ami a tételben szerepel.

$$A\left(B\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right)=$$

A kompozíció mátrixának kiszámítása

Tétel

$$[A]=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix},\ [B]=\begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} \implies [A\circ B]=\begin{bmatrix} aa'+cb' & ac'+cd' \\ ba'+db' & bc'+dd' \end{bmatrix}.$$

Bizonyítás

$$A\left(B\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right)=A\left(\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} aa'+cb' \\ ba'+db' \end{bmatrix}.$$

Ezért $A\circ B$ első oszlopa tényleg az, ami a tételben szerepel.

$$A\left(B\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right)=A\left(\begin{bmatrix} c' \\ d' \end{bmatrix}\right)=$$

A kompozíció mátrixának kiszámítása

Tétel

$$[A] = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}, \ [B] = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} \implies [A \circ B] = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Bizonyítás

$$A\left(B\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' \\ ba' + db' \end{bmatrix}.$$

Ezért $A \circ B$ első oszlopa tényleg az, ami a tételben szerepel.

$$A\left(B\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix} c' \\ d' \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$$

A kompozíció mátrixának kiszámítása

Tétel

$$[A] = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix},\ [B] = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} \implies [A \circ B] = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Bizonyítás

$$A\left(B\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' \\ ba' + db' \end{bmatrix}.$$

Ezért $A \circ B$ első oszlopa tényleg az, ami a tételben szerepel.

$$A\left(B\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix} c' \\ d' \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c' \\ d' \end{bmatrix} =$$

A kompozíció mátrixának kiszámítása

Tétel

$$[A] = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix},\ [B] = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} \implies [A \circ B] = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Bizonyítás

$$A\left(B\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' \\ ba' + db' \end{bmatrix}.$$

Ezért $A \circ B$ első oszlopa tényleg az, ami a tételben szerepel.

$$A\left(B\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix} c' \\ d' \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c' \\ d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ac' + cd' \\ bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

A kompozíció mátrixának kiszámítása

Tétel

$$[A]=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix},\ [B]=\begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} \implies [A\circ B]=\begin{bmatrix} aa'+cb' & ac'+cd' \\ ba'+db' & bc'+dd' \end{bmatrix}.$$

Bizonyítás

$$A\left(B\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right)=A\left(\begin{bmatrix}a'\\b'\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix}a'\\b'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}aa'+cb'\\ba'+db'\end{bmatrix}.$$

Ezért $A\circ B$ első oszlopa tényleg az, ami a tételben szerepel.

$$A\left(B\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right)=A\left(\begin{bmatrix}c'\\d'\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix}c'\\d'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}ac'+cd'\\bc'+dd'\end{bmatrix}.$$

Ezért $A\circ B$ második oszlopa is megfelelő. $\square$

A kompozíció mátrixának kiszámítása

Tétel

$$[A]=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix},\ [B]=\begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} \implies [A\circ B]=\begin{bmatrix} aa'+cb' & ac'+cd' \\ ba'+db' & bc'+dd' \end{bmatrix}.$$

Bizonyítás

$$A\left(B\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right)=A\left(\begin{bmatrix}a'\\b'\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix}a'\\b'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}aa'+cb'\\ba'+db'\end{bmatrix}.$$

Ezért $A\circ B$ első oszlopa tényleg az, ami a tételben szerepel.

$$A\left(B\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right)=A\left(\begin{bmatrix}c'\\d'\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix}c'\\d'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}ac'+cd'\\bc'+dd'\end{bmatrix}.$$

Ezért $A\circ B$ második oszlopa is megfelelő. □

Példa: $[F\circ R]=$

A kompozíció mátrixának kiszámítása

Tétel

$$[A]=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix},\ [B]=\begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} \Longrightarrow [A\circ B]=\begin{bmatrix} aa'+cb' & ac'+cd' \\ ba'+db' & bc'+dd' \end{bmatrix}.$$

Bizonyítás

$$A\left(B\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right)=A\left(\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} aa'+cb' \\ ba'+db' \end{bmatrix}.$$

Ezért $A\circ B$ első oszlopa tényleg az, ami a tételben szerepel.

$$A\left(B\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right)=A\left(\begin{bmatrix} c' \\ d' \end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c' \\ d' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ac'+cd' \\ bc'+dd' \end{bmatrix}.$$

Ezért $A\circ B$ második oszlopa is megfelelő. $\square$

Példa: $[F\circ R]=[F][R]=$

A kompozíció mátrixának kiszámítása

Tétel

$$[A] = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix},\ [B] = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} \implies [A \circ B] = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Bizonyítás

$$A\left(B\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' \\ ba' + db' \end{bmatrix}.$$

Ezért $A \circ B$ első oszlopa tényleg az, ami a tételben szerepel.

$$A\left(B\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix} c' \\ d' \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c' \\ d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ac' + cd' \\ bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Ezért $A \circ B$ második oszlopa is megfelelő. $\square$

Példa: $[F \circ R] = [F][R] = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

A kompozíció mátrixának kiszámítása

Tétel

$$[A] = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix},\ [B] = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} \implies [A \circ B] = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Bizonyítás

$$A\left(B\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' \\ ba' + db' \end{bmatrix}.$$

Ezért $A \circ B$ első oszlopa tényleg az, ami a tételben szerepel.

$$A\left(B\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix} c' \\ d' \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c' \\ d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ac' + cd' \\ bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Ezért $A \circ B$ második oszlopa is megfelelő. $\square$

Példa: $[F \circ R] = [F][R] = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} =$

A kompozíció mátrixának kiszámítása

Tétel

$$[A] = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix},\ [B] = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} \implies [A \circ B] = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Bizonyítás

$$A\left(B\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' \\ ba' + db' \end{bmatrix}.$$

Ezért $A \circ B$ első oszlopa tényleg az, ami a tételben szerepel.

$$A\left(B\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = A\left(\begin{bmatrix} c' \\ d' \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c' \\ d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ac' + cd' \\ bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Ezért $A \circ B$ második oszlopa is megfelelő. $\square$

Példa: $[F \circ R] = [F][R] = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$

Kompozíció az általános esetben

Definíció (F5.6.1. Definíció)

Legyenek U, V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.

Kompozíció az általános esetben

Definíció (F5.6.1. Definíció)

Legyenek U, V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az $A : V \to W$ és a $B : U \to V$ lineáris leképezések szorzata

Kompozíció az általános esetben

Definíció (F5.6.1. Definíció)

Legyenek U, V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az $A : V \to W$ és a $B : U \to V$ lineáris leképezések szorzata (kompozíciója) $(AB)(u) = A\big(B(u)\big)$ minden $u \in U$-ra.

Kompozíció az általános esetben

Definíció (F5.6.1. Definíció)

Legyenek U, V és W vektorterek ugyanazon T test fölött. Az $A : V \to W$ és a $B : U \to V$ lineáris leképezések **szorzata** (kompozíciója) $(AB)(u) = A\big(B(u)\big)$ minden $u \in U$-ra.

Tétel (F5.6.2. Tétel)

Ha A és B lineáris, akkor AB is az.

Kompozíció az általános esetben

Definíció (F5.6.1. Definíció)

Legyenek U, V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az $A : V \to W$ és a $B : U \to V$ lineáris leképezések szorzata (kompozíciója) $(AB)(u) = A\big(B(u)\big)$ minden $u \in U$-ra.

Tétel (F5.6.2. Tétel)

Ha A és B lineáris, akkor AB is az.

Bizonyítás

AB skalárszoros-tartó:
$AB(\lambda u)$

Kompozíció az általános esetben

Definíció (F5.6.1. Definíció)

Legyenek U, V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az $A : V \to W$ és a $B : U \to V$ lineáris leképezések szorzata (kompozíciója) $(AB)(u) = A\big(B(u)\big)$ minden $u \in U$-ra.

Tétel (F5.6.2. Tétel)

Ha A és B lineáris, akkor AB is az.

Bizonyítás

AB skalárszoros-tartó:
$AB(\lambda u)$

A kompozíció definíciója miatt.

Kompozíció az általános esetben

Definíció (F5.6.1. Definíció)

Legyenek U, V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az $A : V \to W$ és a $B : U \to V$ lineáris leképezések szorzata (kompozíciója) $(AB)(u) = A\big(B(u)\big)$ minden $u \in U$-ra.

Tétel (F5.6.2. Tétel)

Ha A és B lineáris, akkor AB is az.

Bizonyítás

AB skalárszoros-tartó:
$AB(\lambda u) = A\big(B(\lambda u)\big)$

A kompozíció definíciója miatt.

Kompozíció az általános esetben

Definíció (F5.6.1. Definíció)

Legyenek U, V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az $A : V \to W$ és a $B : U \to V$ lineáris leképezések szorzata (kompozíciója) $(AB)(u) = A\big(B(u)\big)$ minden $u \in U$-ra.

Tétel (F5.6.2. Tétel)

Ha A és B lineáris, akkor AB is az.

Bizonyítás

AB skalárszoros-tartó:
$AB(\lambda u) = A\big(B(\lambda u)\big)$

B skalárszoros-tartása miatt.

Kompozíció az általános esetben

Definíció (F5.6.1. Definíció)

Legyenek U, V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az $A : V \to W$ és a $B : U \to V$ lineáris leképezések szorzata (kompozíciója) $(AB)(u) = A\big(B(u)\big)$ minden $u \in U$-ra.

Tétel (F5.6.2. Tétel)

Ha A és B lineáris, akkor AB is az.

Bizonyítás

AB skalárszoros-tartó:
$AB(\lambda u) = A\big(B(\lambda u)\big) = A\big(\lambda B(u)\big)$

B skalárszoros-tartása miatt.

Kompozíció az általános esetben

Definíció (F5.6.1. Definíció)

Legyenek U, V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az $A : V \to W$ és a $B : U \to V$ lineáris leképezések szorzata (kompozíciója) $(AB)(u) = A\big(B(u)\big)$ minden $u \in U$-ra.

Tétel (F5.6.2. Tétel)

Ha A és B lineáris, akkor AB is az.

Bizonyítás

AB skalárszoros-tartó:
$AB(\lambda u) = A\big(B(\lambda u)\big) = A\big(\lambda B(u)\big)$

A skalárszoros-tartása miatt.

Kompozíció az általános esetben

Definíció (F5.6.1. Definíció)

Legyenek U, V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az $A : V \to W$ és a $B : U \to V$ lineáris leképezések szorzata (kompozíciója) $(AB)(u) = A\big(B(u)\big)$ minden $u \in U$-ra.

Tétel (F5.6.2. Tétel)

Ha A és B lineáris, akkor AB is az.

Bizonyítás

AB skalárszoros-tartó:
$AB(\lambda u) = A\big(B(\lambda u)\big) = A\big(\lambda B(u)\big) = \lambda A\big(B(u)\big)$

A skalárszoros-tartása miatt.

Kompozíció az általános esetben

Definíció (F5.6.1. Definíció)

Legyenek U, V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az $A : V \to W$ és a $B : U \to V$ lineáris leképezések szorzata (kompozíciója) $(AB)(u) = A\big(B(u)\big)$ minden $u \in U$-ra.

Tétel (F5.6.2. Tétel)

Ha A és B lineáris, akkor AB is az.

Bizonyítás

AB skalárszoros-tartó:
$AB(\lambda u) = A\big(B(\lambda u)\big) = A\big(\lambda B(u)\big) = \lambda A\big(B(u)\big)$

A kompozíció definíciója miatt.

Kompozíció az általános esetben

Definíció (F5.6.1. Definíció)

Legyenek U, V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az $A : V \to W$ és a $B : U \to V$ lineáris leképezések szorzata (kompozíciója) $(AB)(u) = A\big(B(u)\big)$ minden $u \in U$-ra.

Tétel (F5.6.2. Tétel)

Ha A és B lineáris, akkor AB is az.

Bizonyítás

AB skalárszoros-tartó:
$AB(\lambda u) = A\big(B(\lambda u)\big) = A\big(\lambda B(u)\big) = \lambda A\big(B(u)\big) = \lambda AB(u)$. $\square$

A kompozíció definíciója miatt.

Kompozíció az általános esetben

Definíció (F5.6.1. Definíció)

Legyenek U, V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az $A : V \to W$ és a $B : U \to V$ lineáris leképezések szorzata (kompozíciója) $(AB)(u) = A\big(B(u)\big)$ minden $u \in U$-ra.

Tétel (F5.6.2. Tétel)

Ha A és B lineáris, akkor AB is az.

Bizonyítás

AB skalárszoros-tartó:
$AB(\lambda u) = A\big(B(\lambda u)\big) = A\big(\lambda B(u)\big) = \lambda A\big(B(u)\big) = \lambda AB(u)$. $\square$

HF: AB összegtartó.

Általános kompozíció mátrixa

Tétel (F5.7.6. Tétel)

Legyen a bázis U-ban,

Általános kompozíció mátrixa

Tétel (F5.7.6. Tétel)

Legyen **a** bázis U-ban, **b** bázis V-ben,

Általános kompozíció mátrixa

Tétel (F5.7.6. Tétel)

Legyen **a** bázis U-ban, **b** bázis V-ben, **d** bázis W-ben,

Általános kompozíció mátrixa

Tétel (F5.7.6. Tétel)

Legyen **a** bázis U-ban, **b** bázis V-ben, **d** bázis W-ben,
$A \in \mathrm{Hom}(V, W)$

Általános kompozíció mátrixa

Tétel (F5.7.6. Tétel)

Legyen **a** bázis U-ban, **b** bázis V-ben, **d** bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $B \in \mathrm{Hom}(U, V)$.

Általános kompozíció mátrixa

Tétel (F5.7.6. Tétel)

Legyen **a** bázis U-ban, **b** bázis V-ben, **d** bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $B \in \mathrm{Hom}(U, V)$. Ekkor $[AB]_{\mathbf{d}/\mathbf{a}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[B]_{\mathbf{b}/\mathbf{a}}$.

Általános kompozíció mátrixa

Tétel (F5.7.6. Tétel)

Legyen $\mathbf{a}$ bázis U-ban, $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $B \in \mathrm{Hom}(U, V)$. Ekkor $[AB]_{\mathbf{d}/\mathbf{a}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[B]_{\mathbf{b}/\mathbf{a}}$.

Bizonyítás: HF.

Általános kompozíció mátrixa

Tétel (F5.7.6. Tétel)

Legyen $\mathbf{a}$ bázis U-ban, $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $B \in \mathrm{Hom}(U, V)$. Ekkor $[AB]_{\mathbf{d}/\mathbf{a}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[B]_{\mathbf{b}/\mathbf{a}}$.

Bizonyítás: HF.

Bázisok megjegyzése: $\mathbf{d}/\mathbf{a} = (\mathbf{d}/\mathbf{b})(\mathbf{b}/\mathbf{a})$

Általános kompozíció mátrixa

Tétel (F5.7.6. Tétel)

Legyen $\mathbf{a}$ bázis U-ban, $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $B \in \mathrm{Hom}(U, V)$. Ekkor $[AB]_{\mathbf{d}/\mathbf{a}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[B]_{\mathbf{b}/\mathbf{a}}$.

Bizonyítás: HF.

Bázisok megjegyzése: $\mathbf{d}/\mathbf{a} = (\mathbf{d}/\mathbf{b})(\mathbf{b}/\mathbf{a})$ („kiesik” a $\mathbf{b}$).

Általános kompozíció mátrixa

Tétel (F5.7.6. Tétel)

Legyen $\mathbf{a}$ bázis U-ban, $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $B \in \mathrm{Hom}(U, V)$. Ekkor $[AB]_{\mathbf{d}/\mathbf{a}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[B]_{\mathbf{b}/\mathbf{a}}$.

Bizonyítás: HF.

Bázisok megjegyzése: $\mathbf{d}/\mathbf{a} = (\mathbf{d}/\mathbf{b})(\mathbf{b}/\mathbf{a})$ („kiesik" a $\mathbf{b}$).

Következmény

Inverz leképezés mátrixa a mátrix inverze:

Általános kompozíció mátrixa

Tétel (F5.7.6. Tétel)

Legyen $\mathbf{a}$ bázis U-ban, $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $B \in \mathrm{Hom}(U, V)$. Ekkor $[AB]_{\mathbf{d}/\mathbf{a}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[B]_{\mathbf{b}/\mathbf{a}}$.

Bizonyítás: HF.

Bázisok megjegyzése: $\mathbf{d}/\mathbf{a} = (\mathbf{d}/\mathbf{b})(\mathbf{b}/\mathbf{a})$ („kiesik” a $\mathbf{b}$).

Következmény

Inverz leképezés mátrixa a mátrix inverze: $[A^{-1}]_{\mathbf{b}/\mathbf{d}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}^{-1}$.

Általános kompozíció mátrixa

Tétel (F5.7.6. Tétel)

Legyen $\mathbf{a}$ bázis U-ban, $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $B \in \mathrm{Hom}(U, V)$. Ekkor $[AB]_{\mathbf{d}/\mathbf{a}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[B]_{\mathbf{b}/\mathbf{a}}$.

Bizonyítás: HF.

Bázisok megjegyzése: $\mathbf{d}/\mathbf{a} = (\mathbf{d}/\mathbf{b})(\mathbf{b}/\mathbf{a})$ („kiesik" a $\mathbf{b}$).

Következmény

Inverz leképezés mátrixa a mátrix inverze: $[A^{-1}]_{\mathbf{b}/\mathbf{d}} = [A]^{-1}_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$.

Bizonyítás

$[A^{-1}]_{\mathbf{b}/\mathbf{d}}[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = [A^{-1}A]_{\mathbf{b}/\mathbf{b}} =$

Általános kompozíció mátrixa

Tétel (F5.7.6. Tétel)

Legyen $\mathbf{a}$ bázis U-ban, $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $B \in \mathrm{Hom}(U, V)$. Ekkor $[AB]_{\mathbf{d}/\mathbf{a}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[B]_{\mathbf{b}/\mathbf{a}}$.

Bizonyítás: HF.

Bázisok megjegyzése: $\mathbf{d}/\mathbf{a} = (\mathbf{d}/\mathbf{b})(\mathbf{b}/\mathbf{a})$ („kiesik" a $\mathbf{b}$).

Következmény

Inverz leképezés mátrixa a mátrix inverze: $[A^{-1}]_{\mathbf{b}/\mathbf{d}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}^{-1}$.

Bizonyítás

$[A^{-1}]_{\mathbf{b}/\mathbf{d}}[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = [A^{-1}A]_{\mathbf{b}/\mathbf{b}} = [I]_{\mathbf{b}/\mathbf{b}}$,

Általános kompozíció mátrixa

Tétel (F5.7.6. Tétel)

Legyen $\mathbf{a}$ bázis U-ban, $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $B \in \mathrm{Hom}(U, V)$. Ekkor $[AB]_{\mathbf{d}/\mathbf{a}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[B]_{\mathbf{b}/\mathbf{a}}$.

Bizonyítás: HF.

Bázisok megjegyzése: $\mathbf{d}/\mathbf{a} = (\mathbf{d}/\mathbf{b})(\mathbf{b}/\mathbf{a})$ („kiesik" a $\mathbf{b}$).

Következmény

Inverz leképezés mátrixa a mátrix inverze: $[A^{-1}]_{\mathbf{b}/\mathbf{d}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}^{-1}$.

Bizonyítás

$[A^{-1}]_{\mathbf{b}/\mathbf{d}}[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = [A^{-1}A]_{\mathbf{b}/\mathbf{b}} = [I]_{\mathbf{b}/\mathbf{b}}$, ami az egységmátrix.

Általános kompozíció mátrixa

Tétel (F5.7.6. Tétel)

Legyen $\mathbf{a}$ bázis U-ban, $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben, $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $B \in \mathrm{Hom}(U, V)$. Ekkor $[AB]_{\mathbf{d}/\mathbf{a}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[B]_{\mathbf{b}/\mathbf{a}}$.

Bizonyítás: HF.

Bázisok megjegyzése: $\mathbf{d}/\mathbf{a} = (\mathbf{d}/\mathbf{b})(\mathbf{b}/\mathbf{a})$ („kiesik" a $\mathbf{b}$).

Következmény

Inverz leképezés mátrixa a mátrix inverze: $[A^{-1}]_{\mathbf{b}/\mathbf{d}} = [A]^{-1}_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$.

Bizonyítás

$[A^{-1}]_{\mathbf{b}/\mathbf{d}}[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = [A^{-1}A]_{\mathbf{b}/\mathbf{b}} = [I]_{\mathbf{b}/\mathbf{b}}$, ami az egységmátrix.
Hasonlóan $[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}[A^{-1}]_{\mathbf{b}/\mathbf{d}}$ is az egységmátrix. $\square$

Pontonkénti műveletek

Definíció (F5.5.1. és F5.5.2. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött,

Pontonkénti műveletek

Definíció (F5.5.1. és F5.5.2. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött, $A, B : V \to W$ lineáris leképezések

Pontonkénti műveletek

Definíció (F5.5.1. és F5.5.2. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött, $A, B : V \to W$ lineáris leképezések és $\lambda \in T$.

Pontonkénti műveletek

Definíció (F5.5.1. és F5.5.2. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött, $A, B : V \to W$ lineáris leképezések és $\lambda \in T$.

(1) A és B összege $(A + B)(v) = A(v) + B(v)$ minden $v \in V$-re.

Pontonkénti műveletek

Definíció (F5.5.1. és F5.5.2. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött, $A, B : V \to W$ lineáris leképezések és $\lambda \in T$.

(1) A és B összege $(A + B)(v) = A(v) + B(v)$ minden $v \in V$-re.

(2) A λ-szorosa $(\lambda A)(v) = \lambda\big(A(v)\big)$ minden $v \in V$-re.

Pontonkénti műveletek

Definíció (F5.5.1. és F5.5.2. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött, $A, B : V \to W$ lineáris leképezések és $\lambda \in T$.

(1) A és B összege $(A+B)(v) = A(v) + B(v)$ minden $v \in V$-re.

(2) A λ-szorosa $(\lambda A)(v) = \lambda\big(A(v)\big)$ minden $v \in V$-re.

Tétel (F5.1.3. Tétel)

$A + B$ és λA is lineáris transzformáció.

Pontonkénti műveletek

Definíció (F5.5.1. és F5.5.2. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött, $A, B : V \to W$ lineáris leképezések és $\lambda \in T$.

(1) A és B összege $(A + B)(v) = A(v) + B(v)$ minden $v \in V$-re.

(2) A λ-szorosa $(\lambda A)(v) = \lambda\big(A(v)\big)$ minden $v \in V$-re.

Tétel (F5.1.3. Tétel)

$A + B$ és λA is lineáris transzformáció.

Mintabizonyítás: λA összegtartó

$(\lambda A)(u + v)$

Pontonkénti műveletek

Definíció (F5.5.1. és F5.5.2. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött, $A, B : V \to W$ lineáris leképezések és $\lambda \in T$.

(1) A és B összege $(A + B)(v) = A(v) + B(v)$ minden $v \in V$-re.

(2) A λ-szorosa $(\lambda A)(v) = \lambda(A(v))$ minden $v \in V$-re.

Tétel (F5.1.3. Tétel)

$A + B$ és λA is lineáris transzformáció.

Mintabizonyítás: λA összegtartó

$(\lambda A)(u + v)$

A λA definíciója miatt.

Pontonkénti műveletek

Definíció (F5.5.1. és F5.5.2. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött, $A, B : V \to W$ lineáris leképezések és $\lambda \in T$.

(1) A és B összege $(A + B)(v) = A(v) + B(v)$ minden $v \in V$-re.

(2) A λ-szorosa $(\lambda A)(v) = \lambda\big(A(v)\big)$ minden $v \in V$-re.

Tétel (F5.1.3. Tétel)

$A + B$ és λA is lineáris transzformáció.

Mintabizonyítás: λA összegtartó

$(\lambda A)(u + v) = \lambda\big(A(u + v)\big) =$

A λA definíciója miatt.

Pontonkénti műveletek

Definíció (F5.5.1. és F5.5.2. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött, $A, B : V \to W$ lineáris leképezések és $\lambda \in T$.

(1) A és B összege $(A+B)(v) = A(v) + B(v)$ minden $v \in V$-re.

(2) A λ-szorosa $(\lambda A)(v) = \lambda\big(A(v)\big)$ minden $v \in V$-re.

Tétel (F5.1.3. Tétel)

$A + B$ és λA is lineáris transzformáció.

Mintabizonyítás: λA összegtartó

$(\lambda A)(u+v) = \lambda\big(A(u+v)\big) =$

Az A összegtartása miatt.

Pontonkénti műveletek

Definíció (F5.5.1. és F5.5.2. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött, $A, B : V \to W$ lineáris leképezések és $\lambda \in T$.

(1) A és B összege $(A+B)(v) = A(v) + B(v)$ minden $v \in V$-re.

(2) A λ-szorosa $(\lambda A)(v) = \lambda\big(A(v)\big)$ minden $v \in V$-re.

Tétel (F5.1.3. Tétel)

$A + B$ és λA is lineáris transzformáció.

Mintabizonyítás: λA összegtartó

$$(\lambda A)(u+v) = \lambda\big(A(u+v)\big) = \lambda\big(A(u) + A(v)\big) =$$

Az A összegtartása miatt.

Pontonkénti műveletek

Definíció (F5.5.1. és F5.5.2. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött, $A, B : V \to W$ lineáris leképezések és $\lambda \in T$.

(1) A és B összege $(A + B)(v) = A(v) + B(v)$ minden $v \in V$-re.

(2) A λ-szorosa $(\lambda A)(v) = \lambda\big(A(v)\big)$ minden $v \in V$-re.

Tétel (F5.1.3. Tétel)

$A + B$ és λA is lineáris transzformáció.

Mintabizonyítás: λA összegtartó

$(\lambda A)(u + v) = \lambda\big(A(u + v)\big) = \lambda\big(A(u) + A(v)\big) =$

A skalárral szorzás tulajdonsága (vektortéraxióma) miatt.

Pontonkénti műveletek

Definíció (F5.5.1. és F5.5.2. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött, $A, B : V \to W$ lineáris leképezések és $\lambda \in T$.

(1) A és B összege $(A + B)(v) = A(v) + B(v)$ minden $v \in V$-re.

(2) A λ-szorosa $(\lambda A)(v) = \lambda\big(A(v)\big)$ minden $v \in V$-re.

Tétel (F5.1.3. Tétel)

$A + B$ és λA is lineáris transzformáció.

Mintabizonyítás: λA összegtartó

$$(\lambda A)(u + v) = \lambda\big(A(u + v)\big) = \lambda\big(A(u) + A(v)\big) =$$
$$= \lambda\big(A(u)\big) + \lambda\big(A(v)\big)$$

A skalárral szorzás tulajdonsága (vektortéraxióma) miatt.

Pontonkénti műveletek

Definíció (F5.5.1. és F5.5.2. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött, $A, B : V \to W$ lineáris leképezések és $\lambda \in T$.

(1) A és B összege $(A+B)(v) = A(v) + B(v)$ minden $v \in V$-re.

(2) A λ-szorosa $(\lambda A)(v) = \lambda\big(A(v)\big)$ minden $v \in V$-re.

Tétel (F5.1.3. Tétel)

$A + B$ és λA is lineáris transzformáció.

Mintabizonyítás: λA összegtartó

$$(\lambda A)(u+v) = \lambda\big(A(u+v)\big) = \lambda\big(A(u) + A(v)\big) =$$
$$= \lambda\big(A(u)\big) + \lambda\big(A(v)\big)$$

A λA definíciója miatt (kétszer alkalmazva).

Pontonkénti műveletek

Definíció (F5.5.1. és F5.5.2. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött, $A, B : V \to W$ lineáris leképezések és $\lambda \in T$.

(1) A és B összege $(A + B)(v) = A(v) + B(v)$ minden $v \in V$-re.

(2) A λ-szorosa $(\lambda A)(v) = \lambda\big(A(v)\big)$ minden $v \in V$-re.

Tétel (F5.1.3. Tétel)

$A + B$ és λA is lineáris transzformáció.

Mintabizonyítás: λA összegtartó

$$(\lambda A)(u + v) = \lambda\big(A(u + v)\big) = \lambda\big(A(u) + A(v)\big) =$$
$$= \lambda\big(A(u)\big) + \lambda\big(A(v)\big) = (\lambda A)(u) + (\lambda A)(v).$$

A λA definíciója miatt (kétszer alkalmazva).

Pontonkénti műveletek

Definíció (F5.5.1. és F5.5.2. Definíció)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött, $A, B : V \to W$ lineáris leképezések és $\lambda \in T$.

(1) A és B összege $(A+B)(v) = A(v) + B(v)$ minden $v \in V$-re.

(2) A λ-szorosa $(\lambda A)(v) = \lambda\big(A(v)\big)$ minden $v \in V$-re.

Tétel (F5.1.3. Tétel)

$A + B$ és λA is lineáris transzformáció.

Mintabizonyítás: λA összegtartó

$$(\lambda A)(u+v) = \lambda\big(A(u+v)\big) = \lambda\big(A(u) + A(v)\big) = \\ = \lambda\big(A(u)\big) + \lambda\big(A(v)\big) = (\lambda A)(u) + (\lambda A)(v).$$

A másik három állítás HF.

Az összeg mátrixa

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített $\mathbf{b}$ és $\mathbf{d}$ bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés

Az összeg mátrixa

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített $\mathbf{b}$ és $\mathbf{d}$ bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés összegtartó $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m \times n}$ között.

Az összeg mátrixa

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített $\mathbf{b}$ és $\mathbf{d}$ bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés összegtartó $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m\times n}$ között.
Azaz összeg mátrixa a mátrixok összege.

Az összeg mátrixa

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített **b** és **d** bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés összegtartó $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m\times n}$ között.
Azaz összeg mátrixa a mátrixok összege.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ összegtartó W és T^m között.

Az összeg mátrixa

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített **b** és **d** bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés összegtartó $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m\times n}$ között.
Azaz összeg mátrixa a mátrixok összege.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ összegtartó W és T^m között.

Ha $A, B \in \mathrm{Hom}(V, W)$,

Az összeg mátrixa

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített **b** és **d** bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés összegtartó $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m\times n}$ között.
Azaz összeg mátrixa a mátrixok összege.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ összegtartó W és T^m között.

Ha $A, B \in \mathrm{Hom}(V, W)$, akkor $(A + B)(b_i) = A(b_i) + B(b_i)$ az $A + B$ definíciója miatt.

Az összeg mátrixa

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített **b** és **d** bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés összegtartó $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m \times n}$ között.
Azaz összeg mátrixa a mátrixok összege.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ összegtartó W és T^m között.

Ha $A, B \in \mathrm{Hom}(V, W)$, akkor $(A+B)(b_i) = A(b_i) + B(b_i)$ az $A+B$ definíciója miatt. Így
$[(A+B)(b_i)]_{\mathbf{d}} = [A(b_i) + B(b_i)]_{\mathbf{d}} =$

Az összeg mátrixa

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített **b** és **d** bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés összegtartó $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m\times n}$ között.
Azaz összeg mátrixa a mátrixok összege.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ összegtartó W és T^m között.

Ha $A, B \in \mathrm{Hom}(V, W)$, akkor $(A+B)(b_i) = A(b_i) + B(b_i)$ az $A+B$ definíciója miatt. Így
$[(A+B)(b_i)]_{\mathbf{d}} = [A(b_i) + B(b_i)]_{\mathbf{d}} = [A(b_i)]_{\mathbf{d}} + [B(b_i)]_{\mathbf{d}}$.

Az összeg mátrixa

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített **b** és **d** bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés összegtartó $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m \times n}$ között.
Azaz összeg mátrixa a mátrixok összege.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ összegtartó W és T^m között.

Ha $A, B \in \mathrm{Hom}(V, W)$, akkor $(A + B)(b_i) = A(b_i) + B(b_i)$ az $A + B$ definíciója miatt. Így
$[(A + B)(b_i)]_{\mathbf{d}} = [A(b_i) + B(b_i)]_{\mathbf{d}} = [A(b_i)]_{\mathbf{d}} + [B(b_i)]_{\mathbf{d}}$.
Vagyis $A + B$ mátrixának oszlopai az A, illetve a B mátrixából vett megfelelő oszlopok összegei.

Az összeg mátrixa

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített **b** és **d** bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés összegtartó $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m\times n}$ között.
Azaz összeg mátrixa a mátrixok összege.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ összegtartó W és T^m között.

Ha $A, B \in \mathrm{Hom}(V, W)$, akkor $(A+B)(b_i) = A(b_i) + B(b_i)$ az $A+B$ definíciója miatt. Így
$[(A+B)(b_i)]_{\mathbf{d}} = [A(b_i) + B(b_i)]_{\mathbf{d}} = [A(b_i)]_{\mathbf{d}} + [B(b_i)]_{\mathbf{d}}$.
Vagyis $A+B$ mátrixának oszlopai az A, illetve a B mátrixából vett megfelelő oszlopok összegei. A mátrixok összeadásának definíciója miatt tehát $[A+B]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} + [B]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$. $\square$

A skalárszoros mátrixa

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített $\mathbf{b}$ és $\mathbf{d}$ bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés

A skalárszoros mátrixa

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített **b** és **d** bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés skalárszoros-tartó $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m\times n}$ között.

A skalárszoros mátrixa

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített $\mathbf{b}$ és $\mathbf{d}$ bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés skalárszoros-tartó $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m\times n}$ között.
Azaz λ-szoros mátrixa a mátrix λ-szorosa.

A skalárszoros mátrixa

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített $\mathbf{b}$ és $\mathbf{d}$ bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés skalárszoros-tartó $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m \times n}$ között.
Azaz λ-szoros mátrixa a mátrix λ-szorosa.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ skalárszorostartó W és T^m között.

A skalárszoros mátrixa

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített **b** és **d** bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés skalárszoros-tartó $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m \times n}$ között.
Azaz λ-szoros mátrixa a mátrix λ-szorosa.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ skalárszorostartó W és T^m között.

Ha $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$,

A skalárszoros mátrixa

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített **b** és **d** bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés skalárszoros-tartó $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m \times n}$ között.
Azaz λ-szoros mátrixa a mátrix λ-szorosa.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ skalárszorostartó W és T^m között.

Ha $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$, akkor $(\lambda A)(b_i) = \lambda A(b_i)$
a λA definíciója miatt.

A skalárszoros mátrixa

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített $\mathbf{b}$ és $\mathbf{d}$ bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés skalárszoros-tartó $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m \times n}$ között.
Azaz λ-szoros mátrixa a mátrix λ-szorosa.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ skalárszorostartó W és T^m között.

Ha $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$, akkor $(\lambda A)(b_i) = \lambda A(b_i)$ a λA definíciója miatt. Így
$[(\lambda A)(b_i)]_{\mathbf{d}} = [\lambda A(b_i)]_{\mathbf{d}} =$

A skalárszoros mátrixa

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített $\mathbf{b}$ és $\mathbf{d}$ bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés skalárszoros-tartó $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m \times n}$ között.
Azaz λ-szoros mátrixa a mátrix λ-szorosa.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ skalárszorostartó W és T^m között.

Ha $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$, akkor $(\lambda A)(b_i) = \lambda A(b_i)$
a λA definíciója miatt. Így
$[(\lambda A)(b_i)]_{\mathbf{d}} = [\lambda A(b_i)]_{\mathbf{d}} = \lambda [A(b_i)]_{\mathbf{d}}$.

A skalárszoros mátrixa

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített **b** és **d** bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés skalárszoros-tartó $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m\times n}$ között.
Azaz λ-szoros mátrixa a mátrix λ-szorosa.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ skalárszorostartó W és T^m között.

Ha $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$, akkor $(\lambda A)(b_i) = \lambda A(b_i)$
a λA definíciója miatt. Így
$[(\lambda A)(b_i)]_{\mathbf{d}} = [\lambda A(b_i)]_{\mathbf{d}} = \lambda[A(b_i)]_{\mathbf{d}}$.
Vagyis λA mátrixának oszlopai az A mátrixából vett megfelelő oszlopok λ-szorosai.

A skalárszoros mátrixa

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített $\mathbf{b}$ és $\mathbf{d}$ bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés skalárszoros-tartó $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m\times n}$ között.
Azaz λ-szoros mátrixa a mátrix λ-szorosa.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ skalárszorostartó W és T^m között.

Ha $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$, akkor $(\lambda A)(b_i) = \lambda A(b_i)$ a λA definíciója miatt. Így
$[(\lambda A)(b_i)]_{\mathbf{d}} = [\lambda A(b_i)]_{\mathbf{d}} = \lambda[A(b_i)]_{\mathbf{d}}$.
Vagyis λA mátrixának oszlopai az A mátrixából vett megfelelő oszlopok λ-szorosai. A mátrixok λ-szorosának definíciója miatt tehát $[\lambda A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}} = \lambda[A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$. □

A műveletek tulajdonságai

Jelölés

$\mathrm{Hom}(V, V)$ rövidítve $\mathrm{Hom}(V)$,

A műveletek tulajdonságai

Jelölés

$\mathrm{Hom}(V, V)$ rövidítve $\mathrm{Hom}(V)$, elemei lineáris transzformációk.

A műveletek tulajdonságai

Jelölés

$\mathrm{Hom}(V, V)$ rövidítve $\mathrm{Hom}(V)$, elemei lineáris transzformációk.

Állítás (F5.1.3. és F5.6.3. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.

A műveletek tulajdonságai

Jelölés

$\mathrm{Hom}(V, V)$ rövidítve $\mathrm{Hom}(V)$, elemei lineáris transzformációk.

Állítás (F5.1.3. és F5.6.3. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az összeadásra és skalárral szorzásra $\mathrm{Hom}(V, W)$ vektortér.

A műveletek tulajdonságai

Jelölés

$\mathrm{Hom}(V, V)$ rövidítve $\mathrm{Hom}(V)$, elemei lineáris transzformációk.

Állítás (F5.1.3. és F5.6.3. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az összeadásra és skalárral szorzásra $\mathrm{Hom}(V, W)$ vektortér.
Nullelem: a nulla leképezés.

A műveletek tulajdonságai

Jelölés

$\mathrm{Hom}(V, V)$ rövidítve $\mathrm{Hom}(V)$, elemei lineáris transzformációk.

Állítás (F5.1.3. és F5.6.3. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az összeadásra és skalárral szorzásra $\mathrm{Hom}(V, W)$ vektortér.
Nullelem: a nulla leképezés. Az A ellentettje: $(-A)(v) = -A(v)$.

A műveletek tulajdonságai

Jelölés

$\mathrm{Hom}(V, V)$ rövidítve $\mathrm{Hom}(V)$, elemei lineáris transzformációk.

Állítás (F5.1.3. és F5.6.3. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az összeadásra és skalárral szorzásra $\mathrm{Hom}(V, W)$ vektortér.
Nullelem: a nulla leképezés. Az A ellentettje: $(-A)(v) = -A(v)$.
$\mathrm{Hom}(V)$ egységelemes gyűrű az összeadásra és a szorzásra,

A műveletek tulajdonságai

Jelölés

$\mathrm{Hom}(V, V)$ rövidítve $\mathrm{Hom}(V)$, elemei lineáris transzformációk.

Állítás (F5.1.3. és F5.6.3. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az összeadásra és skalárral szorzásra $\mathrm{Hom}(V, W)$ vektortér.
Nullelem: a nulla leképezés. Az A ellentettje: $(-A)(v) = -A(v)$.
$\mathrm{Hom}(V)$ egységelemes gyűrű az összeadásra és a szorzásra,
és $\lambda(AB) = (\lambda A)B$

A műveletek tulajdonságai

Jelölés

$\mathrm{Hom}(V, V)$ rövidítve $\mathrm{Hom}(V)$, elemei lineáris transzformációk.

Állítás (F5.1.3. és F5.6.3. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az összeadásra és skalárral szorzásra $\mathrm{Hom}(V, W)$ vektortér.
Nullelem: a nulla leképezés. Az A ellentettje: $(-A)(v) = -A(v)$.
$\mathrm{Hom}(V)$ egységelemes gyűrű az összeadásra és a szorzásra,
és $\lambda(AB) = (\lambda A)B = A(\lambda B)$

A műveletek tulajdonságai

Jelölés

$\mathrm{Hom}(V, V)$ rövidítve $\mathrm{Hom}(V)$, elemei lineáris transzformációk.

Állítás (F5.1.3. és F5.6.3. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az összeadásra és skalárral szorzásra $\mathrm{Hom}(V, W)$ vektortér.
Nullelem: a nulla leképezés. Az A ellentettje: $(-A)(v) = -A(v)$.
$\mathrm{Hom}(V)$ egységelemes gyűrű az összeadásra és a szorzásra,
és $\lambda(AB) = (\lambda A)B = A(\lambda B)$ $(A, B \in \mathrm{Hom}(V),\ \lambda \in T)$.

A műveletek tulajdonságai

Jelölés

$\mathrm{Hom}(V, V)$ rövidítve $\mathrm{Hom}(V)$, elemei lineáris transzformációk.

Állítás (F5.1.3. és F5.6.3. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az összeadásra és skalárral szorzásra $\mathrm{Hom}(V, W)$ vektortér.
Nullelem: a nulla leképezés. Az A ellentettje: $(-A)(v) = -A(v)$.
$\mathrm{Hom}(V)$ egységelemes gyűrű az összeadásra és a szorzásra,
és $\lambda(AB) = (\lambda A)B = A(\lambda B)$ $(A, B \in \mathrm{Hom}(V),\ \lambda \in T)$.
Az egységelem az identikus transzformáció.

A műveletek tulajdonságai

Jelölés

$\mathrm{Hom}(V, V)$ rövidítve $\mathrm{Hom}(V)$, elemei lineáris transzformációk.

Állítás (F5.1.3. és F5.6.3. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az összeadásra és skalárral szorzásra $\mathrm{Hom}(V, W)$ vektortér.
Nullelem: a nulla leképezés. Az A ellentettje: $(-A)(v) = -A(v)$.
$\mathrm{Hom}(V)$ egységelemes gyűrű az összeadásra és a szorzásra,
és $\lambda(AB) = (\lambda A)B = A(\lambda B)$ $(A, B \in \mathrm{Hom}(V),\ \lambda \in T)$.
Az egységelem az identikus transzformáció.

FONTOS házi feladat önállóan kidolgozni a bizonyítást!

A műveletek tulajdonságai

Jelölés

$\mathrm{Hom}(V, V)$ rövidítve $\mathrm{Hom}(V)$, elemei lineáris transzformációk.

Állítás (F5.1.3. és F5.6.3. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az összeadásra és skalárral szorzásra $\mathrm{Hom}(V, W)$ vektortér.
Nullelem: a nulla leképezés. Az A ellentettje: $(-A)(v) = -A(v)$.
$\mathrm{Hom}(V)$ egységelemes gyűrű az összeadásra és a szorzásra,
és $\lambda(AB) = (\lambda A)B = A(\lambda B)$ ($A, B \in \mathrm{Hom}(V)$, $\lambda \in T$).
Az egységelem az identikus transzformáció.

FONTOS házi feladat önállóan kidolgozni a bizonyítást!
Különösen ajánlom a két disztributív azonosság levezetését:

A műveletek tulajdonságai

Jelölés

$\mathrm{Hom}(V, V)$ rövidítve $\mathrm{Hom}(V)$, elemei lineáris transzformációk.

Állítás (F5.1.3. és F5.6.3. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az összeadásra és skalárral szorzásra $\mathrm{Hom}(V, W)$ vektortér.
Nullelem: a nulla leképezés. Az A ellentettje: $(-A)(v) = -A(v)$.
$\mathrm{Hom}(V)$ egységelemes gyűrű az összeadásra és a szorzásra,
és $\lambda(AB) = (\lambda A)B \ = A(\lambda B)$ $(A, B \in \mathrm{Hom}(V),\ \lambda \in T)$.
Az egységelem az identikus transzformáció.

FONTOS házi feladat önállóan kidolgozni a bizonyítást!
Különösen ajánlom a két disztributív azonosság levezetését:
$A(B + C) = AB + AC$

A műveletek tulajdonságai

Jelölés

$\mathrm{Hom}(V, V)$ rövidítve $\mathrm{Hom}(V)$, elemei lineáris transzformációk.

Állítás (F5.1.3. és F5.6.3. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek ugyanazon T test fölött.
Az összeadásra és skalárral szorzásra $\mathrm{Hom}(V, W)$ vektortér.
Nullelem: a nulla leképezés. Az A ellentettje: $(-A)(v) = -A(v)$.
$\mathrm{Hom}(V)$ egységelemes gyűrű az összeadásra és a szorzásra,
és $\lambda(AB) = (\lambda A)B = A(\lambda B)$ ($A, B \in \mathrm{Hom}(V)$, $\lambda \in T$).
Az egységelem az identikus transzformáció.

FONTOS házi feladat önállóan kidolgozni a bizonyítást!
Különösen ajánlom a két disztributív azonosság levezetését:
$A(B + C) = AB + AC$ és $(B + C)A = BA + CA$.

Példák izomorfizmusra

Definíció (F5.2.1. Definíció)

Az $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ izomorfizmus,

Példák izomorfizmusra

Definíció (F5.2.1. Definíció)

Az $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ izomorfizmus, ha kölcsönösen egyértelmű.

Példák izomorfizmusra

Definíció (F5.2.1. Definíció)

Az $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ izomorfizmus, ha kölcsönösen egyértelmű.
A V és W izomorf vektorterek,

Példák izomorfizmusra

Definíció (F5.2.1. Definíció)

Az $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ izomorfizmus, ha kölcsönösen egyértelmű.
A V és W izomorf vektorterek, ha van közöttük izomorfizmus.

Példák izomorfizmusra

Definíció (F5.2.1. Definíció)

Az $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ izomorfizmus, ha kölcsönösen egyértelmű.
A V és W izomorf vektorterek, ha van közöttük izomorfizmus.
Jele: $V \cong W$.

Példák izomorfizmusra

Definíció (F5.2.1. Definíció)

Az $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ izomorfizmus, ha kölcsönösen egyértelmű.
A V és W izomorf vektorterek, ha van közöttük izomorfizmus.
Jele: $V \cong W$.

Két fontos példa

Ha V vektortér a T test fölött, és $\mathbf{b}$ bázis V-ben,

Példák izomorfizmusra

Definíció (F5.2.1. Definíció)

Az $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ **izomorfizmus**, ha kölcsönösen egyértelmű.
A V és W **izomorf** vektorterek, ha van közöttük izomorfizmus.
Jele: $V \cong W$.

Két fontos példa

Ha V vektortér a T test fölött, és $\mathbf{b}$ bázis V-ben,
akkor $v \mapsto [v]_{\mathbf{b}}$ izomorfizmus V és T^n között.

Példák izomorfizmusra

Definíció (F5.2.1. Definíció)

Az $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ izomorfizmus, ha kölcsönösen egyértelmű.
A V és W izomorf vektorterek, ha van közöttük izomorfizmus.
Jele: $V \cong W$.

Két fontos példa

Ha V vektortér a T test fölött, és $\mathbf{b}$ bázis V-ben,
akkor $v \mapsto [v]_{\mathbf{b}}$ izomorfizmus V és T^n között.
Ezért minden V vektortér izomorf $T^{\dim(V)}$-vel.

Példák izomorfizmusra

Definíció (F5.2.1. Definíció)

Az $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ izomorfizmus, ha kölcsönösen egyértelmű.
A V és W izomorf vektorterek, ha van közöttük izomorfizmus.
Jele: $V \cong W$.

Két fontos példa

Ha V vektortér a T test fölött, és $\mathbf{b}$ bázis V-ben,
akkor $v \mapsto [v]_{\mathbf{b}}$ izomorfizmus V és T^n között.
Ezért minden V vektortér izomorf $T^{\dim(V)}$-vel.

Legyen $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben.

Példák izomorfizmusra

Definíció (F5.2.1. Definíció)

Az $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ izomorfizmus, ha kölcsönösen egyértelmű.
A V és W izomorf vektorterek, ha van közöttük izomorfizmus.
Jele: $V \cong W$.

Két fontos példa

Ha V vektortér a T test fölött, és $\mathbf{b}$ bázis V-ben,
akkor $v \mapsto [v]_{\mathbf{b}}$ izomorfizmus V és T^n között.
Ezért minden V vektortér izomorf $T^{\dim(V)}$-vel.

Legyen $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben.
Ekkor $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ izomorfizmus $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m \times n}$ között.

Példák izomorfizmusra

Definíció (F5.2.1. Definíció)

Az $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ izomorfizmus, ha kölcsönösen egyértelmű.
A V és W izomorf vektorterek, ha van közöttük izomorfizmus.
Jele: $V \cong W$.

Két fontos példa

Ha V vektortér a T test fölött, és $\mathbf{b}$ bázis V-ben,
akkor $v \mapsto [v]_{\mathbf{b}}$ izomorfizmus V és T^n között.
Ezért minden V vektortér izomorf $T^{\dim(V)}$-vel.

Legyen $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben.
Ekkor $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ izomorfizmus $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m \times n}$ között.
Vagyis $\mathrm{Hom}(V, W) \cong T^{\dim(W) \times \dim(V)}$.

Példák izomorfizmusra

Definíció (F5.2.1. Definíció)

Az $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ izomorfizmus, ha kölcsönösen egyértelmű.
A V és W izomorf vektorterek, ha van közöttük izomorfizmus.
Jele: $V \cong W$.

Két fontos példa

Ha V vektortér a T test fölött, és $\mathbf{b}$ bázis V-ben,
akkor $v \mapsto [v]_{\mathbf{b}}$ izomorfizmus V és T^n között.
Ezért minden V vektortér izomorf $T^{\dim(V)}$-vel.

Legyen $\mathbf{b}$ bázis V-ben, $\mathbf{d}$ bázis W-ben.
Ekkor $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ izomorfizmus $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m \times n}$ között.
Vagyis $\mathrm{Hom}(V, W) \cong T^{\dim(W) \times \dim(V)}$.
A műveletartást láttuk, az egyértelműséget most bebizonyítjuk.

Az előírhatósági tétel

Tétel (F5.3.1. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek a T test fölött,

Az előírhatósági tétel

Tétel (F5.3.1. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek a T test fölött,
$b_1, \ldots, b_n$ bázis V-ben,

Az előírhatósági tétel

Tétel (F5.3.1. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek a T test fölött,
$b_1, \dots, b_n$ bázis V-ben, és $c_1, \dots, c_n \in W$ tetszőleges vektorok.

Az előírhatósági tétel

Tétel (F5.3.1. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek a T test fölött, $b_1, \ldots, b_n$ bázis V-ben, és $c_1, \ldots, c_n \in W$ tetszőleges vektorok. Ekkor pontosan egy olyan $A : V \to W$ lineáris leképezés van, melyre $A(b_j) = c_j$ minden $1 \leq j \leq n$ esetén.

Az előírhatósági tétel

Tétel (F5.3.1. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek a T test fölött, $b_1, \ldots, b_n$ bázis V-ben, és $c_1, \ldots, c_n \in W$ tetszőleges vektorok. Ekkor pontosan egy olyan $A : V \to W$ lineáris leképezés van, melyre $A(b_j) = c_j$ minden $1 \leq j \leq n$ esetén.

Bizonyítás: egyértelműség

Ha A megfelel a feltételeknek, akkor
$A(\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n)$

Az előírhatósági tétel

Tétel (F5.3.1. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek a T test fölött, $b_1, \ldots, b_n$ bázis V-ben, és $c_1, \ldots, c_n \in W$ tetszőleges vektorok. Ekkor pontosan egy olyan $A : V \to W$ lineáris leképezés van, melyre $A(b_j) = c_j$ minden $1 \leq j \leq n$ esetén.

Bizonyítás: egyértelműség

Ha A megfelel a feltételeknek, akkor

$A(\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n) = A(\lambda_1 b_1) + \ldots + A(\lambda_n b_n)$,

Az előírhatósági tétel

Tétel (F5.3.1. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek a T test fölött,
$b_1, \ldots, b_n$ bázis V-ben, és $c_1, \ldots, c_n \in W$ tetszőleges vektorok.
Ekkor pontosan egy olyan $A : V \to W$ lineáris leképezés van,
melyre $A(b_j) = c_j$ minden $1 \leq j \leq n$ esetén.

Bizonyítás: egyértelműség

Ha A megfelel a feltételeknek, akkor
$A(\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n) = A(\lambda_1 b_1) + \ldots + A(\lambda_n b_n)$,
mert A összegtartó,

Az előírhatósági tétel

Tétel (F5.3.1. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek a T test fölött,
$b_1, \ldots, b_n$ bázis V-ben, és $c_1, \ldots, c_n \in W$ tetszőleges vektorok.
Ekkor pontosan egy olyan $A : V \to W$ lineáris leképezés van, melyre $A(b_j) = c_j$ minden $1 \leq j \leq n$ esetén.

Bizonyítás: egyértelműség

Ha A megfelel a feltételeknek, akkor
$A(\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n) = A(\lambda_1 b_1) + \ldots + A(\lambda_n b_n)$,
mert A összegtartó, és ez
$\lambda_1 A(b_1) + \ldots + \lambda_n A(b_n) =$

Az előírhatósági tétel

Tétel (F5.3.1. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek a T test fölött, $b_1, \dots, b_n$ bázis V-ben, és $c_1, \dots, c_n \in W$ tetszőleges vektorok. Ekkor pontosan egy olyan $A : V \to W$ lineáris leképezés van, melyre $A(b_j) = c_j$ minden $1 \leq j \leq n$ esetén.

Bizonyítás: egyértelműség

Ha A megfelel a feltételeknek, akkor
$A(\lambda_1 b_1 + \dots + \lambda_n b_n) = A(\lambda_1 b_1) + \dots + A(\lambda_n b_n)$,
mert A összegtartó, és ez
$\lambda_1 A(b_1) + \dots + \lambda_n A(b_n) =$
mert A skalárszorostartó.

Az előírhatósági tétel

Tétel (F5.3.1. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek a T test fölött, $b_1, \ldots, b_n$ bázis V-ben, és $c_1, \ldots, c_n \in W$ tetszőleges vektorok. Ekkor pontosan egy olyan $A : V \to W$ lineáris leképezés van, melyre $A(b_j) = c_j$ minden $1 \leq j \leq n$ esetén.

Bizonyítás: egyértelműség

Ha A megfelel a feltételeknek, akkor

$A(\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n) = A(\lambda_1 b_1) + \ldots + A(\lambda_n b_n)$,

mert A összegtartó, és ez

$\lambda_1 A(b_1) + \ldots + \lambda_n A(b_n) = \lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n$,

mert A skalárszorostartó.

Az előírhatósági tétel

Tétel (F5.3.1. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek a T test fölött, $b_1, \ldots, b_n$ bázis V-ben, és $c_1, \ldots, c_n \in W$ tetszőleges vektorok. Ekkor pontosan egy olyan $A : V \to W$ lineáris leképezés van, melyre $A(b_j) = c_j$ minden $1 \leq j \leq n$ esetén.

Bizonyítás: egyértelműség

Ha A megfelel a feltételeknek, akkor

$A(\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n) = A(\lambda_1 b_1) + \ldots + A(\lambda_n b_n)$,

mert A összegtartó, és ez

$\lambda_1 A(b_1) + \ldots + \lambda_n A(b_n) = \lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n$,

mert A skalárszorostartó. Azaz A értékét V minden elemén ki tudjuk számítani,

Az előírhatósági tétel

Tétel (F5.3.1. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek a T test fölött, $b_1, \ldots, b_n$ bázis V-ben, és $c_1, \ldots, c_n \in W$ tetszőleges vektorok. Ekkor pontosan egy olyan $A : V \to W$ lineáris leképezés van, melyre $A(b_j) = c_j$ minden $1 \leq j \leq n$ esetén.

Bizonyítás: egyértelműség

Ha A megfelel a feltételeknek, akkor
$A(\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n) = A(\lambda_1 b_1) + \ldots + A(\lambda_n b_n)$,
mert A összegtartó, és ez
$\lambda_1 A(b_1) + \ldots + \lambda_n A(b_n) = \lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n$,
mert A skalárszorostartó. Azaz A értékét V minden elemén ki tudjuk számítani, és így csak egy megfelelő A leképezés létezhet.

Az előírhatósági tétel

Tétel (F5.3.1. Tétel)

Legyenek V és W vektorterek a T test fölött, $b_1, \ldots, b_n$ bázis V-ben, és $c_1, \ldots, c_n \in W$ tetszőleges vektorok. Ekkor pontosan egy olyan $A : V \to W$ lineáris leképezés van, melyre $A(b_j) = c_j$ minden $1 \le j \le n$ esetén.

Bizonyítás: egyértelműség

Ha A megfelel a feltételeknek, akkor
$A(\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n) = A(\lambda_1 b_1) + \ldots + A(\lambda_n b_n)$,
mert A összegtartó, és ez
$\lambda_1 A(b_1) + \ldots + \lambda_n A(b_n) = \lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n$,
mert A skalárszorostartó. Azaz A értékét V minden elemén ki tudjuk számítani, és így csak egy megfelelő A leképezés létezhet. Az egyértelműséget tehát beláttuk.

Az előírhatósági tétel: létezés

Bizonyítás: létezés

Legyen $A(\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n) = \lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n$.

Az előírhatósági tétel: létezés

Bizonyítás: létezés

Legyen $A(\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n) = \lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n$.
Ez jóldefiniált, mert V minden eleme egyértelműen írható fel $\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n$ alakban.

Az előírhatósági tétel: létezés

Bizonyítás: létezés

Legyen $A(\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n) = \lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n$.
Ez jóldefiniált, mert V minden eleme egyértelműen írható fel $\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n$ alakban.
Az A összegtartó,

Az előírhatósági tétel: létezés

Bizonyítás: létezés

Legyen $A(\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n) = \lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n$.
Ez jóldefiniált, mert V minden eleme egyértelműen írható fel $\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n$ alakban.
Az A összegtartó, mert ha
$v = \lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n$

Az előírhatósági tétel: létezés

Bizonyítás: létezés

Legyen $A(\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n) = \lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n$.
Ez jóldefiniált, mert V minden eleme egyértelműen írható fel $\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n$ alakban.
Az A összegtartó, mert ha
$v = \lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n$ és $w = \mu_1 b_1 + \ldots + \mu_n b_n$,

Az előírhatósági tétel: létezés

Bizonyítás: létezés

Legyen $A(\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n) = \lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n$.
Ez jóldefiniált, mert V minden eleme egyértelműen írható fel $\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n$ alakban.
Az A összegtartó, mert ha
$v = \lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n$ és $w = \mu_1 b_1 + \ldots + \mu_n b_n$, akkor
$v + w = (\lambda_1 + \mu_1) b_1 + \ldots + (\lambda_n + \mu_n) b_n$,

Az előírhatósági tétel: létezés

Bizonyítás: létezés

Legyen $A(\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n) = \lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n$.
Ez jóldefiniált, mert V minden eleme egyértelműen írható fel
$\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n$ alakban.
Az A összegtartó, mert ha
$v = \lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n$ és $w = \mu_1 b_1 + \ldots + \mu_n b_n$, akkor
$v + w = (\lambda_1 + \mu_1) b_1 + \ldots + (\lambda_n + \mu_n) b_n$, és így
$A(v + w) = (\lambda_1 + \mu_1) c_1 + \ldots + (\lambda_n + \mu_n) c_n$.

Az előírhatósági tétel: létezés

Bizonyítás: létezés

Legyen $A(\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n) = \lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n$.
Ez jóldefiniált, mert V minden eleme egyértelműen írható fel
$\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n$ alakban.
Az A összegtartó, mert ha
$v = \lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n$ és $w = \mu_1 b_1 + \ldots + \mu_n b_n$, akkor
$v + w = (\lambda_1 + \mu_1) b_1 + \ldots + (\lambda_n + \mu_n) b_n$, és így
$A(v + w) = (\lambda_1 + \mu_1) c_1 + \ldots + (\lambda_n + \mu_n) c_n$.
$A(v) + A(w) = (\lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n) + (\mu_1 c_1 + \ldots + \mu_n c_n)$,

Az előírhatósági tétel: létezés

Bizonyítás: létezés

Legyen $A(\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n) = \lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n$.
Ez jóldefiniált, mert V minden eleme egyértelműen írható fel
$\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n$ alakban.
Az A összegtartó, mert ha
$v = \lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n$ és $w = \mu_1 b_1 + \ldots + \mu_n b_n$, akkor
$v + w = (\lambda_1 + \mu_1) b_1 + \ldots + (\lambda_n + \mu_n) b_n$, és így
$A(v + w) = (\lambda_1 + \mu_1) c_1 + \ldots + (\lambda_n + \mu_n) c_n$.
$A(v) + A(w) = (\lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n) + (\mu_1 c_1 + \ldots + \mu_n c_n)$,
azaz tényleg $A(v + w) = A(v) + A(w)$.

Az előírhatósági tétel: létezés

Bizonyítás: létezés

Legyen $A(\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n) = \lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n$.
Ez jóldefiniált, mert V minden eleme egyértelműen írható fel
$\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n$ alakban.
Az A összegtartó, mert ha
$v = \lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n$ és $w = \mu_1 b_1 + \ldots + \mu_n b_n$, akkor
$v + w = (\lambda_1 + \mu_1) b_1 + \ldots + (\lambda_n + \mu_n) b_n$, és így
$A(v + w) = (\lambda_1 + \mu_1) c_1 + \ldots + (\lambda_n + \mu_n) c_n$.
$A(v) + A(w) = (\lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n) + (\mu_1 c_1 + \ldots + \mu_n c_n)$,
azaz tényleg $A(v + w) = A(v) + A(w)$.
A skalárszorostartás bizonyítása hasonló: HF.

Az előírhatósági tétel: létezés

Bizonyítás: létezés

Legyen $A(\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n) = \lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n$.
Ez jóldefiniált, mert V minden eleme egyértelműen írható fel $\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n$ alakban.
Az A összegtartó, mert ha
$v = \lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n$ és $w = \mu_1 b_1 + \ldots + \mu_n b_n$, akkor
$v + w = (\lambda_1 + \mu_1)b_1 + \ldots + (\lambda_n + \mu_n)b_n$, és így
$A(v + w) = (\lambda_1 + \mu_1)c_1 + \ldots + (\lambda_n + \mu_n)c_n$.
$A(v) + A(w) = (\lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n) + (\mu_1 c_1 + \ldots + \mu_n c_n)$,
azaz tényleg $A(v + w) = A(v) + A(w)$.
A skalárszorostartás bizonyítása hasonló: HF.
Mivel $b_1 = 1 \cdot b_1 + 0 \cdot b_2 + \ldots + 0 \cdot b_n$,

Az előírhatósági tétel: létezés

Bizonyítás: létezés

Legyen $A(\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n) = \lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n$.
Ez jóldefiniált, mert V minden eleme egyértelműen írható fel
$\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n$ alakban.
Az A összegtartó, mert ha
$v = \lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n$ és $w = \mu_1 b_1 + \ldots + \mu_n b_n$, akkor
$v + w = (\lambda_1 + \mu_1) b_1 + \ldots + (\lambda_n + \mu_n) b_n$, és így
$A(v + w) = (\lambda_1 + \mu_1) c_1 + \ldots + (\lambda_n + \mu_n) c_n$.
$A(v) + A(w) = (\lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n) + (\mu_1 c_1 + \ldots + \mu_n c_n)$,
azaz tényleg $A(v + w) = A(v) + A(w)$.
A skalárszorostartás bizonyítása hasonló: HF.
Mivel $b_1 = 1 \cdot b_1 + 0 \cdot b_2 + \ldots + 0 \cdot b_n$,
ezért $A(b_1) = 1 \cdot c_1 + 0 \cdot c_2 + \ldots + 0 \cdot c_n = c_1$.

Az előírhatósági tétel: létezés

Bizonyítás: létezés

Legyen $A(\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n) = \lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n$.
Ez jóldefiniált, mert V minden eleme egyértelműen írható fel $\lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n$ alakban.
Az A összegtartó, mert ha
$v = \lambda_1 b_1 + \ldots + \lambda_n b_n$ és $w = \mu_1 b_1 + \ldots + \mu_n b_n$, akkor
$v + w = (\lambda_1 + \mu_1) b_1 + \ldots + (\lambda_n + \mu_n) b_n$, és így
$A(v + w) = (\lambda_1 + \mu_1) c_1 + \ldots + (\lambda_n + \mu_n) c_n$.
$A(v) + A(w) = (\lambda_1 c_1 + \ldots + \lambda_n c_n) + (\mu_1 c_1 + \ldots + \mu_n c_n)$,
azaz tényleg $A(v + w) = A(v) + A(w)$.
A skalárszorostartás bizonyítása hasonló: HF.
Mivel $b_1 = 1 \cdot b_1 + 0 \cdot b_2 + \ldots + 0 \cdot b_n$,
ezért $A(b_1) = 1 \cdot c_1 + 0 \cdot c_2 + \ldots + 0 \cdot c_n = c_1$.
Hasonlóan $A(b_j) = c_j$ minden $1 \leq j \leq n$ esetén. $\square$

Mátrixok és leképezések: egyértelműség

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített $\mathbf{b}$ és $\mathbf{d}$ bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés

Mátrixok és leképezések: egyértelműség

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített $\mathbf{b}$ és $\mathbf{d}$ bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés izomorfizmus $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m\times n}$ között.

Mátrixok és leképezések: egyértelműség

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített $\mathbf{b}$ és $\mathbf{d}$ bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés izomorfizmus $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m\times n}$ között.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ kölcsönösen egyértelmű W és T^m között,

Mátrixok és leképezések: egyértelműség

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített **b** és **d** bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés izomorfizmus $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m \times n}$ között.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ kölcsönösen egyértelmű W és T^m között, hiszen W minden eleme egyértelműen írható $\lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m c_m$ alakban.

Mátrixok és leképezések: egyértelműség

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített **b** és **d** bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés izomorfizmus $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m\times n}$ között.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ kölcsönösen egyértelmű W és T^m között, hiszen W minden eleme egyértelműen írható $\lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m c_m$ alakban.
Ha $A \neq B \in \mathrm{Hom}(V, W)$, akkor

Mátrixok és leképezések: egyértelműség

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített **b** és **d** bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés izomorfizmus $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m\times n}$ között.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ kölcsönösen egyértelmű W és T^m között, hiszen W minden eleme egyértelműen írható $\lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m c_m$ alakban.
Ha $A \neq B \in \mathrm{Hom}(V, W)$, akkor

$A(b_1), \ldots, A(b_n)$ és

$B(b_1), \ldots, B(b_n)$ valahol eltér.

Mátrixok és leképezések: egyértelműség

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített **b** és **d** bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés izomorfizmus $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m \times n}$ között.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ kölcsönösen egyértelmű W és T^m között, hiszen W minden eleme egyértelműen írható $\lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m c_m$ alakban. Ha $A \neq B \in \mathrm{Hom}(V, W)$, akkor az előírhatósági tétel egyértelműségi állítása miatt $A(b_1), \ldots, A(b_n)$ és $B(b_1), \ldots, B(b_n)$ valahol eltér.

Mátrixok és leképezések: egyértelműség

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített **b** és **d** bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés izomorfizmus $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m \times n}$ között.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ kölcsönösen egyértelmű W és T^m között, hiszen W minden eleme egyértelműen írható $\lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m c_m$ alakban. Ha $A \neq B \in \mathrm{Hom}(V, W)$, akkor az előírhatósági tétel egyértelműségi állítása miatt $A(b_1), \ldots, A(b_n)$ és $B(b_1), \ldots, B(b_n)$ valahol eltér. Így a koordinátavektorok is ugyanott eltérnek,

Mátrixok és leképezések: egyértelműség

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített **b** és **d** bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés izomorfizmus $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m\times n}$ között.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ kölcsönösen egyértelmű W és T^m között, hiszen W minden eleme egyértelműen írható $\lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m c_m$ alakban. Ha $A \neq B \in \mathrm{Hom}(V, W)$, akkor az előírhatósági tétel egyértelműségi állítása miatt $A(b_1), \ldots, A(b_n)$ és $B(b_1), \ldots, B(b_n)$ valahol eltér. Így a koordinátavektorok is ugyanott eltérnek, azaz A és B mátrixa különböző.

Mátrixok és leképezések: egyértelműség

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített $\mathbf{b}$ és $\mathbf{d}$ bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés izomorfizmus $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m\times n}$ között.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ kölcsönösen egyértelmű W és T^m között, hiszen W minden eleme egyértelműen írható $\lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m c_m$ alakban.
Ha $A \neq B \in \mathrm{Hom}(V, W)$, akkor az előírhatósági tétel egyértelműségi állítása miatt $A(b_1), \ldots, A(b_n)$ és $B(b_1), \ldots, B(b_n)$ valahol eltér. Így a koordinátavektorok is ugyanott eltérnek, azaz A és B mátrixa különböző.
Ha adott egy $M \in T^{m\times n}$ mátrix,

Mátrixok és leképezések: egyértelműség

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített **b** és **d** bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés izomorfizmus $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m\times n}$ között.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ kölcsönösen egyértelmű W és T^m között, hiszen W minden eleme egyértelműen írható $\lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m c_m$ alakban.
Ha $A \neq B \in \mathrm{Hom}(V, W)$, akkor az előírhatósági tétel egyértelműségi állítása miatt $A(b_1), \ldots, A(b_n)$ és $B(b_1), \ldots, B(b_n)$ valahol eltér. Így a koordinátavektorok is ugyanott eltérnek, azaz A és B mátrixa különböző.
Ha adott egy $M \in T^{m\times n}$ mátrix, akkor annak oszlopvektorai egy $c_1, \ldots, c_m$ vektorrendszert adnak W-ben,

Mátrixok és leképezések: egyértelműség

Tétel (F5.7.4. Tétel)

Rögzített **b** és **d** bázisok esetén az $A \mapsto [A]_{\mathbf{d}/\mathbf{b}}$ leképezés izomorfizmus $\mathrm{Hom}(V, W)$ és $T^{m\times n}$ között.

Bizonyítás

$w \mapsto [w]_{\mathbf{d}}$ kölcsönösen egyértelmű W és T^m között, hiszen W minden eleme egyértelműen írható $\lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m c_m$ alakban.
Ha $A \neq B \in \mathrm{Hom}(V, W)$, akkor az előírhatósági tétel egyértelműségi állítása miatt $A(b_1), \ldots, A(b_n)$ és $B(b_1), \ldots, B(b_n)$ valahol eltér. Így a koordinátavektorok is ugyanott eltérnek, azaz A és B mátrixa különböző.
Ha adott egy $M \in T^{m\times n}$ mátrix, akkor annak oszlopvektorai egy $c_1, \ldots, c_m$ vektorrendszert adnak W-ben, és az előírhatósági tételből kapott A leképezésnek M lesz a mátrixa. $\square$

Az izomorfizmus jellemzése

Tétel (F5.2.5. Tétel)

Azonos test fölötti két, véges dimenziós vektortér
akkor és csak akkor izomorf,

Az izomorfizmus jellemzése

Tétel (F5.2.5. Tétel)

Azonos test fölötti két, véges dimenziós vektortér
akkor és csak akkor izomorf, ha a dimenziójuk megegyezik.

Az izomorfizmus jellemzése

Tétel (F5.2.5. Tétel)

Azonos test fölötti két, véges dimenziós vektortér
akkor és csak akkor izomorf, ha a dimenziójuk megegyezik.
Következmény: $\dim\big(\mathrm{Hom}(V, W)\big) = \dim(V)\dim(W)$.

Az izomorfizmus jellemzése

Tétel (F5.2.5. Tétel)

Azonos test fölötti két, véges dimenziós vektortér
akkor és csak akkor izomorf, ha a dimenziójuk megegyezik.
Következmény: $\dim\left(\mathrm{Hom}(V, W)\right) = \dim(V)\dim(W)$.

Bizonyításvázlat

Tegyük föl, hogy V és W dimenziója egyenlő.

Az izomorfizmus jellemzése

Tétel (F5.2.5. Tétel)

Azonos test fölötti két, véges dimenziós vektortér
akkor és csak akkor izomorf, ha a dimenziójuk megegyezik.
Következmény: $\dim\left(\mathrm{Hom}(V, W)\right) = \dim(V)\dim(W)$.

Bizonyításvázlat

Tegyük föl, hogy V és W dimenziója egyenlő.
Legyen $b_1, \ldots, b_n$ bázis V-ben

Az izomorfizmus jellemzése

Tétel (F5.2.5. Tétel)

Azonos test fölötti két, véges dimenziós vektortér
akkor és csak akkor izomorf, ha a dimenziójuk megegyezik.
Következmény: $\dim\big(\mathrm{Hom}(V, W)\big) = \dim(V)\dim(W)$.

Bizonyításvázlat

Tegyük föl, hogy V és W dimenziója egyenlő.
Legyen $b_1, \ldots, b_n$ bázis V-ben és $d_1, \ldots, d_n$ bázis W-ben.

Az izomorfizmus jellemzése

Tétel (F5.2.5. Tétel)

Azonos test fölötti két, véges dimenziós vektortér
akkor és csak akkor izomorf, ha a dimenziójuk megegyezik.
Következmény: $\dim\big(\mathrm{Hom}(V, W)\big) = \dim(V)\dim(W)$.

Bizonyításvázlat

Tegyük föl, hogy V és W dimenziója egyenlő.
Legyen $b_1, \ldots, b_n$ bázis V-ben és $d_1, \ldots, d_n$ bázis W-ben.
Az előírhatósági tétel miatt vannak olyan B és C lineáris leképezések,

Az izomorfizmus jellemzése

Tétel (F5.2.5. Tétel)

Azonos test fölötti két, véges dimenziós vektortér
akkor és csak akkor izomorf, ha a dimenziójuk megegyezik.
Következmény: $\dim\left(\mathrm{Hom}(V,W)\right) = \dim(V)\dim(W)$.

Bizonyításvázlat

Tegyük föl, hogy V és W dimenziója egyenlő.
Legyen $b_1,\dots,b_n$ bázis V-ben és $d_1,\dots,d_n$ bázis W-ben.
Az előírhatósági tétel miatt vannak olyan B és C lineáris
leképezések, melyekre $B(b_j) = d_j$

Az izomorfizmus jellemzése

Tétel (F5.2.5. Tétel)

Azonos test fölötti két, véges dimenziós vektortér
akkor és csak akkor izomorf, ha a dimenziójuk megegyezik.
Következmény: $\dim\big(\mathrm{Hom}(V, W)\big) = \dim(V)\dim(W)$.

Bizonyításvázlat

Tegyük föl, hogy V és W dimenziója egyenlő.
Legyen $b_1, \ldots, b_n$ bázis V-ben és $d_1, \ldots, d_n$ bázis W-ben.
Az előírhatósági tétel miatt vannak olyan B és C lineáris
leképezések, melyekre $B(b_j) = d_j$ és $C(d_j) = b_j$ minden j-re.

Az izomorfizmus jellemzése

Tétel (F5.2.5. Tétel)

Azonos test fölötti két, véges dimenziós vektortér
akkor és csak akkor izomorf, ha a dimenziójuk megegyezik.
Következmény: $\dim\left(\mathrm{Hom}(V, W)\right) = \dim(V)\dim(W)$.

Bizonyításvázlat

Tegyük föl, hogy V és W dimenziója egyenlő.
Legyen $b_1, \dots, b_n$ bázis V-ben és $d_1, \dots, d_n$ bázis W-ben.
Az előírhatósági tétel miatt vannak olyan B és C lineáris leképezések, melyekre $B(b_j) = d_j$ és $C(d_j) = b_j$ minden j-re.
HF: ezek egymás inverzei, és így izomorfizmusok.

Az izomorfizmus jellemzése

Tétel (F5.2.5. Tétel)

Azonos test fölötti két, véges dimenziós vektortér
akkor és csak akkor izomorf, ha a dimenziójuk megegyezik.
Következmény: $\dim\big(\mathrm{Hom}(V, W)\big) = \dim(V)\dim(W)$.

Bizonyításvázlat

Tegyük föl, hogy V és W dimenziója egyenlő.
Legyen $b_1, \ldots, b_n$ bázis V-ben és $d_1, \ldots, d_n$ bázis W-ben.
Az előírhatósági tétel miatt vannak olyan B és C lineáris
leképezések, melyekre $B(b_j) = d_j$ és $C(d_j) = b_j$ minden j-re.
HF: ezek egymás inverzei, és így izomorfizmusok.
Megfordítva: ha $A : V \to W$ izomorfizmus

Az izomorfizmus jellemzése

Tétel (F5.2.5. Tétel)

Azonos test fölötti két, véges dimenziós vektortér
akkor és csak akkor izomorf, ha a dimenziójuk megegyezik.
Következmény: $\dim\big(\mathrm{Hom}(V, W)\big) = \dim(V)\dim(W)$.

Bizonyításvázlat

Tegyük föl, hogy V és W dimenziója egyenlő.
Legyen $b_1, \ldots, b_n$ bázis V-ben és $d_1, \ldots, d_n$ bázis W-ben.
Az előírhatósági tétel miatt vannak olyan B és C lineáris leképezések, melyekre $B(b_j) = d_j$ és $C(d_j) = b_j$ minden j-re.
HF: ezek egymás inverzei, és így izomorfizmusok.
Megfordítva: ha $A : V \to W$ izomorfizmus és $b_1, \ldots, b_n$ bázis V-ben,

Az izomorfizmus jellemzése

Tétel (F5.2.5. Tétel)

Azonos test fölötti két, véges dimenziós vektortér
akkor és csak akkor izomorf, ha a dimenziójuk megegyezik.
Következmény: $\dim\big(\mathrm{Hom}(V, W)\big) = \dim(V)\dim(W)$.

Bizonyításvázlat

Tegyük föl, hogy V és W dimenziója egyenlő.
Legyen $b_1, \ldots, b_n$ bázis V-ben és $d_1, \ldots, d_n$ bázis W-ben.
Az előírhatósági tétel miatt vannak olyan B és C lineáris
leképezések, melyekre $B(b_j) = d_j$ és $C(d_j) = b_j$ minden j-re.
HF: ezek egymás inverzei, és így izomorfizmusok.
Megfordítva: ha $A : V \to W$ izomorfizmus és $b_1, \ldots, b_n$
bázis V-ben, akkor HF: $A(b_1), \ldots, A(b_n)$ bázis W-ben.

Az izomorfizmus jellemzése

Tétel (F5.2.5. Tétel)

Azonos test fölötti két, véges dimenziós vektortér
akkor és csak akkor izomorf, ha a dimenziójuk megegyezik.
Következmény: $\dim\big(\mathrm{Hom}(V,W)\big) = \dim(V)\dim(W)$.

Bizonyításvázlat

Tegyük föl, hogy V és W dimenziója egyenlő.
Legyen $b_1, \ldots, b_n$ bázis V-ben és $d_1, \ldots, d_n$ bázis W-ben.
Az előírhatósági tétel miatt vannak olyan B és C lineáris
leképezések, melyekre $B(b_j) = d_j$ és $C(d_j) = b_j$ minden j-re.
HF: ezek egymás inverzei, és így izomorfizmusok.
Megfordítva: ha $A : V \to W$ izomorfizmus és $b_1, \ldots, b_n$
bázis V-ben, akkor HF: $A(b_1), \ldots, A(b_n)$ bázis W-ben.
Ezért a két dimenzió megegyezik. $\square$

A 3. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Összegtartás,

A 3. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Összegtartás, skalárszoros-tartás,

A 3. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Összegtartás, skalárszoros-tartás, linearitás.

A 3. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Összegtartás, skalárszoros-tartás, linearitás.
Lineáris leképezések mátrixa,

A 3. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Összegtartás, skalárszoros-tartás, linearitás.
Lineáris leképezések mátrixa, összege,

A 3. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Összegtartás, skalárszoros-tartás, linearitás.
Lineáris leképezések mátrixa, összege, λ-szorosa,

A 3. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Összegtartás, skalárszoros-tartás, linearitás.
Lineáris leképezések mátrixa, összege, λ-szorosa, szorzata.

A 3. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Összegtartás, skalárszoros-tartás, linearitás.
Lineáris leképezések mátrixa, összege, λ-szorosa, szorzata.
Izomorfizmus.

A 3. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Összegtartás, skalárszoros-tartás, linearitás.
Lineáris leképezések mátrixa, összege, λ-szorosa, szorzata.
Izomorfizmus.

Tételek

Nullvektor és ellentett képe lineáris leképezésnél.

A 3. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Összegtartás, skalárszoros-tartás, linearitás.
Lineáris leképezések mátrixa, összege, λ-szorosa, szorzata.
Izomorfizmus.

Tételek

Nullvektor és ellentett képe lineáris leképezésnél.
Az α szögű forgatás mátrixa a sík szokásos bázisában.

A 3. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Összegtartás, skalárszoros-tartás, linearitás.
Lineáris leképezések mátrixa, összege, λ-szorosa, szorzata.
Izomorfizmus.

Tételek

Nullvektor és ellentett képe lineáris leképezésnél.
Az α szögű forgatás mátrixa a sík szokásos bázisában.
Vektor képének kiszámítása a leképezés mátrixának segítségével.

A 3. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Összegtartás, skalárszoros-tartás, linearitás.
Lineáris leképezések mátrixa, összege, λ-szorosa, szorzata.
Izomorfizmus.

Tételek

Nullvektor és ellentett képe lineáris leképezésnél.
Az α szögű forgatás mátrixa a sík szokásos bázisában.
Vektor képének kiszámítása a leképezés mátrixának segítségével.
Az összeg, λ-szoros, szorzat is lineáris;

A 3. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Összegtartás, skalárszoros-tartás, linearitás.
Lineáris leképezések mátrixa, összege, λ-szorosa, szorzata.
Izomorfizmus.

Tételek

Nullvektor és ellentett képe lineáris leképezésnél.
Az α szögű forgatás mátrixa a sík szokásos bázisában.
Vektor képének kiszámítása a leképezés mátrixának segítségével.
Az összeg, λ-szoros, szorzat is lineáris; ezek mátrixa.

A 3. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Összegtartás, skalárszoros-tartás, linearitás.
Lineáris leképezések mátrixa, összege, λ-szorosa, szorzata.
Izomorfizmus.

Tételek

Nullvektor és ellentett képe lineáris leképezésnél.
Az α szögű forgatás mátrixa a sík szokásos bázisában.
Vektor képének kiszámítása a leképezés mátrixának segítségével.
Az összeg, λ-szoros, szorzat is lineáris; ezek mátrixa.
$\mathrm{Hom}(V, W)$ vektortér

A 3. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Összegtartás, skalárszoros-tartás, linearitás.
Lineáris leképezések mátrixa, összege, λ-szorosa, szorzata.
Izomorfizmus.

Tételek

Nullvektor és ellentett képe lineáris leképezésnél.
Az α szögű forgatás mátrixa a sík szokásos bázisában.
Vektor képének kiszámítása a leképezés mátrixának segítségével.
Az összeg, λ-szoros, szorzat is lineáris; ezek mátrixa.
$\mathrm{Hom}(V, W)$ vektortér és izomorf $T^{n\times k}$-val.

A 3. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Összegtartás, skalárszoros-tartás, linearitás.
Lineáris leképezések mátrixa, összege, λ-szorosa, szorzata.
Izomorfizmus.

Tételek

Nullvektor és ellentett képe lineáris leképezésnél.
Az α szögű forgatás mátrixa a sík szokásos bázisában.
Vektor képének kiszámítása a leképezés mátrixának segítségével.
Az összeg, λ-szoros, szorzat is lineáris; ezek mátrixa.
$\mathrm{Hom}(V, W)$ vektortér és izomorf $T^{n\times k}$-val.
$\mathrm{Hom}(V)$ gyűrű,

A 3. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Összegtartás, skalárszoros-tartás, linearitás.
Lineáris leképezések mátrixa, összege, λ-szorosa, szorzata.
Izomorfizmus.

Tételek

Nullvektor és ellentett képe lineáris leképezésnél.
Az α szögű forgatás mátrixa a sík szokásos bázisában.
Vektor képének kiszámítása a leképezés mátrixának segítségével.
Az összeg, λ-szoros, szorzat is lineáris; ezek mátrixa.
$\mathrm{Hom}(V, W)$ vektortér és izomorf $T^{n \times k}$-val.
$\mathrm{Hom}(V)$ gyűrű, és a megfeleltetés $T^{n \times n}$-nel szorzattartó.

A 3. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Összegtartás, skalárszoros-tartás, linearitás.
Lineáris leképezések mátrixa, összege, λ-szorosa, szorzata.
Izomorfizmus.

Tételek

Nullvektor és ellentett képe lineáris leképezésnél.
Az α szögű forgatás mátrixa a sík szokásos bázisában.
Vektor képének kiszámítása a leképezés mátrixának segítségével.
Az összeg, λ-szoros, szorzat is lineáris; ezek mátrixa.
$\mathrm{Hom}(V, W)$ vektortér és izomorf $T^{n\times k}$-val.
$\mathrm{Hom}(V)$ gyűrű, és a megfeleltetés $T^{n\times n}$-nel szorzattartó.
Vektortér-izomorfia jellemzése a dimenzióval.

A 3. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Összegtartás, skalárszoros-tartás, linearitás.
Lineáris leképezések mátrixa, összege, λ-szorosa, szorzata.
Izomorfizmus.

Tételek

Nullvektor és ellentett képe lineáris leképezésnél.
Az α szögű forgatás mátrixa a sík szokásos bázisában.
Vektor képének kiszámítása a leképezés mátrixának segítségével.
Az összeg, λ-szoros, szorzat is lineáris; ezek mátrixa.
$\mathrm{Hom}(V, W)$ vektortér és izomorf $T^{n \times k}$-val.
$\mathrm{Hom}(V)$ gyűrű, és a megfeleltetés $T^{n \times n}$-nel szorzattartó.
Vektortér-izomorfia jellemzése a dimenzióval.
$\mathrm{Hom}(V, W)$ dimenziója.

A 3. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Összegtartás, skalárszoros-tartás, linearitás.
Lineáris leképezések mátrixa, összege, λ-szorosa, szorzata.
Izomorfizmus.

Tételek

Nullvektor és ellentett képe lineáris leképezésnél.
Az α szögű forgatás mátrixa a sík szokásos bázisában.
Vektor képének kiszámítása a leképezés mátrixának segítségével.
Az összeg, λ-szoros, szorzat is lineáris; ezek mátrixa.
$\mathrm{Hom}(V, W)$ vektortér és izomorf $T^{n\times k}$-val.
$\mathrm{Hom}(V)$ gyűrű, és a megfeleltetés $T^{n\times n}$-nel szorzattartó.
Vektortér-izomorfia jellemzése a dimenzióval.
$\mathrm{Hom}(V, W)$ dimenziója. Az előírhatósági tétel.