

Bsc algebra2 normál gyakorlat

Második zárthelyi, A változat (2014. május 13.)

Mind a hat feladatban **indoklás szükséges**, a pusztán eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont, 90 perc áll rendelkezésre a megoldáshoz. Minden feladatot **külön oldalon** kezdjük. Használni semmilyen segédeszközt nem lehet, kalkulátort, mobiltelefont sem. A zárthelyi alatt nem lehet kimenni a teremből. Minden lapon **OLVASHATÓ NYOMTATOTT NAGYBETŰKKEL** szerepeljen a név, a NEPTUN-kód és a gyakorlatvezető neve (SG vagy KE) és hogy **A változat**. A dolgozat érdemjegye az összpontszám hatodrésze.

1. Tekintsük \mathbb{C}^3 -on az

$$A \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 + iu_3 \\ u_2 \\ iu_1 + u_3 \end{bmatrix},$$

transzformációt. Vizsgáljuk meg, hogy A normális-e, unitér-e, önadjungált-e, és számítsuk ki a $\langle v, A(v) \rangle$ skaláris szorzatot abban az esetben, amikor $v = (3, -i, 1)^T$.

2. Határozzuk meg az $5x^2 + 12xy$ valós kvadratikus alak szimmetrikus mátrixát, ONB-ben vett négyzetösszeg alakját és karakterét.

3. Mi lesz a

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

mátrix minimálpolinomja és Jordan-alakja?

4. Legyenek u és v vektorok egy euklideszi térben. Igaz-e valós, illetve komplex fölött, hogy ha $\|u - v\| = \|u\|$, akkor v ortogonális $2u - v$ -re? (Ha valamelyik nem teljesül, akkor indoklásképpen ellenpéldát is kell adni.)

5. Álljon W azon (x, y, u, v) pontokból \mathbb{R}^4 -ben, melyekre $x + y + u + v = 0$ és $x - y + u - v = 0$. Adjunk meg egy ortonormált bázist a W altérben, valamint az $(1, 2, 3, 4)$ pont távolságát ettől az altértől.

6. Adjunk meg olyan $M_1, M_2 \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ ortogonális mátrixokat, melyek nyoma (a főátlóban álló elemek összege) nulla, és a minimálpolinomja az egyiknek másodfokú, a másiknak negyedfokú.