**Bsc algebra2 normál gyakorlat**

*Első zárthelyi, A változat (2014. március 18.)*

Mind a hat feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont, 90 perc áll rendelkezésre a megoldáshoz. Minden feladatot **külön oldalon** kezdjünk. Használni semmilyen segédeszközt nem lehet, kalkulátort, mobiltelefont sem. A zárthelyi alatt nem lehet kimenni a teremből. Minden lapon **OLVASHATÓ NYOMTATOTT NAGYBETŰKKEL** szerepeljen a név, a NEPTUN-kód és a gyakorlatvezető neve (SG vagy KE). A dolgozat érdemjegye az összpontszám hatodrésze.

**1.** Legyen $T$ a síkon az $y = -x$ egyenesre való tükrözés, $F$ pedig forgatás az origó körül $+60$ fokkal. Mi $T^{21}F^{21}$ mátrixa (a szokásos bázisban), és hová viszi ez a $(3, 1)$ pontot?

**2.** Legyen $V$ a legfeljebb másodfokú, valós együtthatós polinomok (és a 0) $\mathbb{Q}$ feletti vektortere, továbbá $A, B : V \to V$, ahol

*a)* $A(f) = f'(x)f''(x)$;

*b)* $B(f) = (x^2 + 1)f''(x)$ (a vessző mindkét esetben deriváltat jelöl).

Amelyik nem lineáris transzformáció $A$ és $B$ közül, annál igazoljuk ezt, amelyik pedig az, annak adjuk meg a mátrixát a szokásos bázispárban (de ne igazoljuk, hogy lineáris).

**3.** Legyen $V = \mathbb{R}^{2\times 2}$ mint $\mathbb{R}$ fölötti vektortér, továbbá

*a)* $W_1 = \{M \in V : (1, 1)M = (0, 0)\}$;

*b)* $W_2 = \{M \in V : M^2 = 0\}$.

Amelyik nem altér $W_1$ és $W_2$ közül, annál igazoljuk ezt, amelyik pedig altér, annak adjuk meg a dimenzióját és egy bázisát (de ne igazoljuk, hogy altér). A dimenzió indoklás nélküli megadása 1 pontot ér.

**4.** Legyen $V$ a legfeljebb elsőfokú, valós együtthatós polinomok (és a 0) $\mathbb{R}$ feletti vektortere. Ha $C \in \mathrm{Hom}(V)$ mátrixa az $(1, x)$ bázisban $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, mi $C$ mátrixa az $(1 + x, x)$ bázisban?

**5.** Egy vektortérben $\{b_1, b_2, b_3\}$ bázis. Határozzuk meg a $\{2b_1 + b_2, 3b_1 + b_3, 7b_1 + 2b_2 + b_3\}$ vektorrendszer rangját.

**6.** Készítsünk $\mathbb{R}^3$-ön olyan lineáris transzformációt, melynek magtere tartalmazza a képterét is és az $(1, 2, 3)^T$ vektort is.