

NÉV: \_\_\_\_\_

ELTE AZONOSÍTÓ: \_\_\_\_\_

**I. rész (30 perc).** Minden teljesen precíz és korrekt válaszáért 1 pont jár, a többiért 0. Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább 7 pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második és a harmadik részt ki sem javítjuk.

1. Írjuk föl képlettel, mit jelent az, hogy egy  $T$  test fölötti vektortér egy  $W$  részhalmaza zárt a skalárral szorzásra.

2. Definiáljuk a  $v_1, \dots, v_n$  vektorrendszer rangját a dimenzió fogalma segítségével.

3. Mondjuk ki a  $\text{Hom}(V, W)$  dimenzióját megadó képletet.

4. Definiáljuk az  $A \in \text{Hom}(V)$  leképezés  $\lambda$ -hoz tartozó sajátaltérét **a halmazos jelöléssel.**

5. Mondjuk ki a Cayley–Hamilton-tételt az  $n \times n$ -es  $M$  mátrixra.

6. Mit jelent az, hogy a Jordan-alak **egyértelmű**? A választ a **hasonlóság** fogalmát felhasználva adjuk meg.

7. Mondjuk ki a főtengetételt, figyelve arra is, hogy milyen test fölötti mátrixokról beszélünk, és hogy milyen bázisról van szó.

8. Írjuk föl képlettel, mit jelent az, hogy egy transzformáció távolságtartó.

9. Mondjuk ki Sylvester tehetetlenségi tételét, arra is figyelve, hogy milyen bázisokról szól.

10. Mondjuk ki azt az állítást, amely a  $V$  és  $W$  alterek direkt összegének egy speciális bázisát adja meg.