*Mat. I. (BSc.)* **Algebra2: 1. vizsgadolgozat (normál), I. rész** *2014. máj. 26.*

NÉV: ______________________ ELTE AZONOSÍTÓ: __________

**I. rész (30 perc).** *Minden teljesen precíz és korrekt válaszért 1 pont jár, a többiért* 0. *Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább 7 pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második és a harmadik részt ki sem javítjuk.*

1. Írjuk föl $\langle v_1, \ldots, v_n \rangle$ definícióját **a halmazos jelöléssel**, figyelve arra, hogy mik a futó változók, és mik nem.

2. Legyen $\mathbf{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ bázis a $V$ vektortérben és $v \in V$. Definiáljuk a $[v]_{\mathbf{b}}$ koordinátavektort.

3. Mondjuk ki a $\mathrm{Hom}(V, W)$ dimenzióját megadó képletet.

4. Mondjuk ki a dimenziótételt (felírva azt is, hogy a leképezés honnan hová képez, és az ezen vektorterekre vonatkozó feltételeket).

5. Mondjuk ki a Cayley–Hamilton-tételnek az $A$ lineáris transzformáció karakterisztikus polinomját és minimálpolinomját összekapcsoló alakját.

6. Definiáljuk az $A$ lineáris leképezés rangját.

7. Definiáljuk az ortogonális transzformáció fogalmát. Milyen test fölött beszélünk erről?

8. Definiáljuk (a $Q$ által felvett értékek segítségével), mit jelent az, hogy a $Q$ kvadratikus alak negatív szemidefinit. (**Nem** a sajátértékekkel való jellemzés a kérdés!)

9. Ha $b_1, \ldots, b_n$ ONB, és az $A$ lineáris transzformáció mátrixa ebben a bázisban $M$, akkor hogyan írható fel $M$-ben az $i$-edik sor $j$-edik eleme skaláris szorzat segítségével?

10. Mondjuk ki azt az állítást, amely $A \in \mathrm{Hom}(V)$ esetében kapcsolatot létesít $A$ és $A^*$ invariáns alterei között.