Mat. I. (BSc.) **Algebra2: 4. vizsgadolgozat (normál), I. rész** *2013. júl. 4.*

NÉV: ______________________ ELTE AZONOSÍTÓ: ____________

I. rész (30 perc). *Minden teljesen precíz és korrekt válaszért 1 pont jár, a többiért* 0*. Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább* 7 *pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második és a harmadik részt ki sem javítjuk.*

1. Definiáljuk, mit jelent az, hogy a $v_1, \ldots, v_n$ vektorok lineárisan függetlenek a T test fölött. Figyeljünk a logikailag helyes megfogalmazásra.

2. Jellemezzük a $v_1, \ldots, v_n$ vektorrendszer rangját a független részhalmazok segítségével. (Nem a dimenzióval való definíciót kérdezzük.)

3. Legyen $\mathbf{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ bázis a V vektortérben és $v \in V$. Definiáljuk a $[v]_{\mathbf{b}}$ koordinátavektort.

4. Írjuk föl azt a képletet, amivel a v vektor i-edik koordinátáját a $b_1, \ldots, b_n$ **ortonormált** bázisban $\mathbb{C}$ fölött ki lehet számítani.

5. Mondjuk ki a lineáris leképezések előírhatósági tételét.

6. Mondjuk ki a Cayley–Hamilton-tételt az $n \times n$-es M mátrixra.

7. Soroljunk föl két olyan fogalmat, amely hasonló négyzetes mátrixok esetében egyenlő.

8. Írjuk föl euklideszi térben a Cauchy–Bunyakovszkij–Schwartz-egyenlőtlenséget. Az egyenlőség kérdésével nem kell foglalkozni.

9. Legyen A normális transzformáció egy komplex euklideszi téren. Jellemezzük A **sajátértékei segítségével** azt, hogy A mikor unitér. (Az unitér és a normális transzformáció definícióját nem kell leírni.)

10. Mondjuk ki az adjungált transzformációt a skaláris szorzat segítségével jellemző tételt.