NÉV: ____________________ ELTE AZONOSÍTÓ: __________

I. rész (30 perc). *Minden teljesen precíz és korrekt válaszért 1 pont jár, a többiért* 0*. Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább* 7 *pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második és a harmadik részt ki sem javítjuk.*

1. Írjuk le képlettel, mit jelent az, hogy a $\langle v_1, \ldots, v_n \rangle$ generált altér a **legszűkebb,** a $v_1, \ldots, v_n$ elemeket tartalmazó altér (vagyis hogy milyen tulajdonságot takar itt a „legszűkebb" szó). A $\langle v_1, \ldots, v_n \rangle$ altér elemeit megadó képletet nem kell leírni.

2. Definiáljuk a $v_1, \ldots, v_n$ vektorrendszer rangját a dimenzió fogalma segítségével.

3. Mondjuk ki az altér dimenziójáról szóló tételt véges dimenziós V vektortérre, figyelve arra is, hogy mikor állhat egyenlőség.

4. Írjuk föl azt a képletet, amely az $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $B \in \mathrm{Hom}(U, V)$ lineáris leképezések szorzatának mátrixát adja meg, kiírva azt is, hogy mely bázisokban vesszük ezeket a mátrixokat.

5. Legyen $\mathbf{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ és $\mathbf{c} = (c_1, \ldots, c_n)$ két bázis V-ben, és $S = ((s_{ij}))$ a bázistranszformáció $[A]_{\mathbf{c}/\mathbf{c}} = S^{-1}[A]_{\mathbf{b}/\mathbf{b}}S$ képletében szereplő mátrix. Írjuk föl az S elemeit megadó összefüggést.

6. Definiáljuk a halmazos jelöléssel az $A \in \mathrm{Hom}(V)$ lineáris transzformáció λ sajátértékhez tartozó sajátalterét. (A sajátérték fogalmát nem kell definiálni.)

7. Hogyan kapcsolódik az A lineáris transzformáció m_A minimálpolinomja azokhoz az f polinomokhoz, melyeknek A gyöke?

8. Mondjuk ki a főtengelytételt, figyelve arra is, hogy milyen test fölötti mátrixokról beszélünk, és hogy milyen bázisról van szó.

9. Írjuk föl képlettel, mit jelent az, hogy egy transzformáció távolságtartó.

10. Definiáljuk az önadjungált transzformáció fogalmát. Milyen test fölött beszélünk erről?