Mat. I. (BSc.) **Algebra2: 1. vizsgadolgozat (normál), I. rész** *2013. máj. 29.*

NÉV: ______________________ ELTE AZONOSÍTÓ: ____________

I. rész (30 perc). *Minden teljesen precíz és korrekt válaszért 1 pont jár, a többiért* 0*. Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább* 7 *pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második és a harmadik részt ki sem javítjuk.*

1. Írjuk föl $\langle v_1, \ldots, v_n \rangle$ definícióját **a halmazos jelöléssel**.

2. Legyen $\mathbf{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ bázis a V vektortérben és $v \in V$. Definiáljuk a $[v]_{\mathbf{b}}$ koordinátavektort.

3. Fogalmazzuk meg képlettel, mit jelent az, hogy az $A : V \to W$ leképezés skalárszoros-tartó.

4. Definiáljuk képlettel az $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ leképezés λ skalárszorosát.

5. Definiáljuk a bal oldali nullosztó fogalmát $\mathrm{Hom}(V)$-ben.

6. Mondjuk ki a Cayley–Hamilton-tételt az $n \times n$-es M mátrixra.

7. Jellemezzük az $A \in \mathrm{Hom}(V)$ **komplex** számtest fölötti lineáris transzformáció diagonalizálhatóságát a minimálpolinomja segítségével.

8. Jellemezzük az $A \in \mathrm{Hom}(V)$ **komplex** számtest fölötti lineáris transzformáció ortonormált bázisban való diagonalizálhatóságát az adjungált fogalma segítségével.

9. Mondjuk ki az adjungált transzformációt a skaláris szorzat segítségével jellemző tételt.

10. Definiáljuk, mit jelent az, hogy a $W \leq V$ altér az $A \in \mathrm{Hom}(V)$ lineáris transzformációnak invariáns altere.