Algebra1, normál

ELTE Algebra és Számelmélet Tanszék

Előadó: Kiss Emil

www.cs.elte.hu/~ewkiss

ewwkiss@gmail.com

5. előadás

A háromszög-egyenlőtlenség

A háromszög-egyenlőtlenség (K1.4.3)

Minden $z, w \in \mathbb{C}$-re $|z + w| \leq |z| + |w|$.

A háromszög-egyenlőtlenség

A háromszög-egyenlőtlenség (K1.4.3)

Minden $z, w \in \mathbb{C}$-re $|z + w| \leq |z| + |w|$. Egyenlőség pontosan akkor áll, ha z és w párhuzamosak, és egyenlő állásúak,

A háromszög-egyenlőtlenség

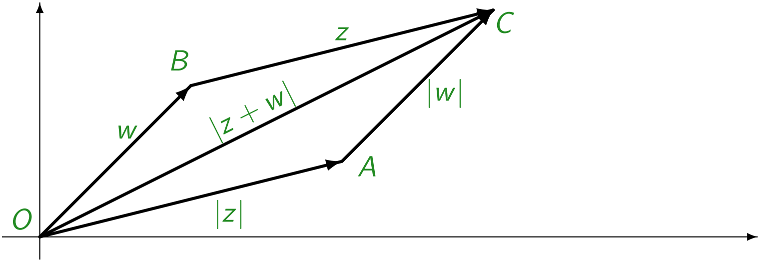
A háromszög-egyenlőtlenség (K1.4.3)

Minden $z, w \in \mathbb{C}$-re $|z + w| \leq |z| + |w|$. Egyenlőség pontosan akkor áll, ha z és w párhuzamosak, és egyenlő állásúak, azaz $z = rw$ vagy $w = rz$ alkalmas valós $r \geq 0$-ra.

A háromszög-egyenlőtlenség

A háromszög-egyenlőtlenség (K1.4.3)

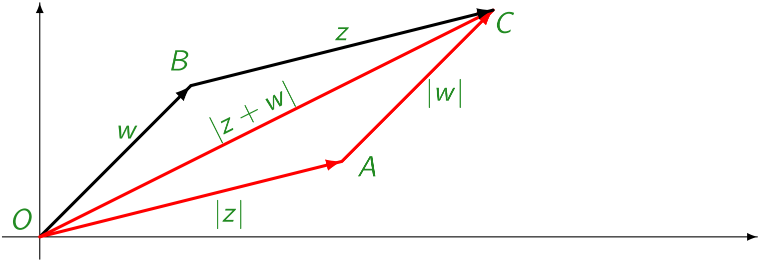
Minden $z, w \in \mathbb{C}$-re $|z + w| \leq |z| + |w|$. Egyenlőség pontosan akkor áll, ha z és w párhuzamosak, és egyenlő állásúak, azaz $z = rw$ vagy $w = rz$ alkalmas valós $r \geq 0$-ra.



A háromszög-egyenlőtlenség

A háromszög-egyenlőtlenség (K1.4.3)

Minden $z, w \in \mathbb{C}$-re $|z + w| \leq |z| + |w|$. Egyenlőség pontosan akkor áll, ha z és w párhuzamosak, és egyenlő állásúak, azaz $z = rw$ vagy $w = rz$ alkalmas valós $r \geq 0$-ra.



Bizonyítás

Háromszög-egyenlőtlenség az OAC háromszögre. $\square$

Két pont távolsága

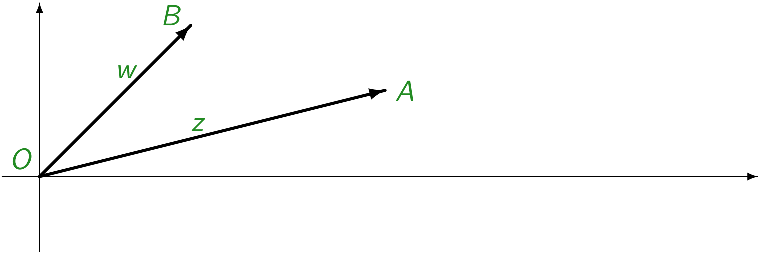
Állítás (K1.4.7)

Minden $z, w \in \mathbb{C}$-re a z és w távolsága $|z - w|$.

Két pont távolsága

Állítás (K1.4.7)

Minden $z, w \in \mathbb{C}$-re a z és w távolsága $|z - w|$.



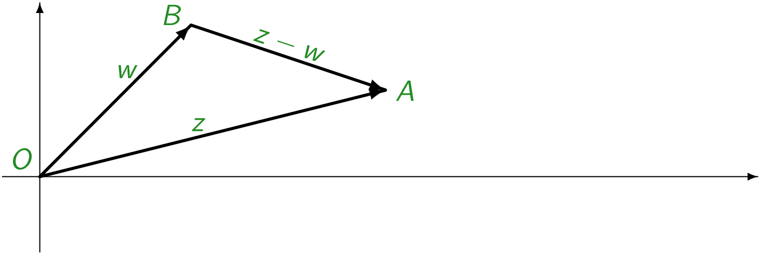
Bizonyítás

Legyen $z = \overrightarrow{OA}$ és $w = \overrightarrow{OB}$.

Két pont távolsága

Állítás (K1.4.7)

Minden $z, w \in \mathbb{C}$-re a z és w távolsága $|z - w|$.



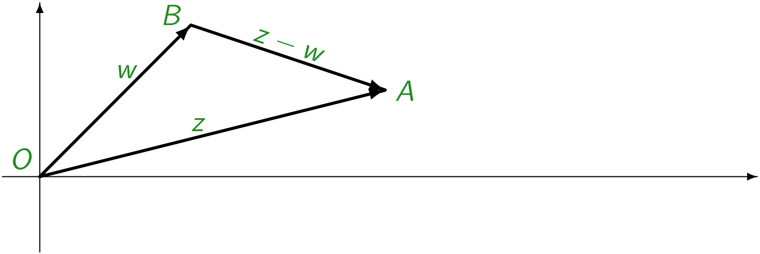
Bizonyítás

Legyen $z = \overrightarrow{OA}$ és $w = \overrightarrow{OB}$. Ekkor $z - w = \overrightarrow{BA}$

Két pont távolsága

Állítás (K1.4.7)

Minden $z, w \in \mathbb{C}$-re a z és w távolsága $|z - w|$.



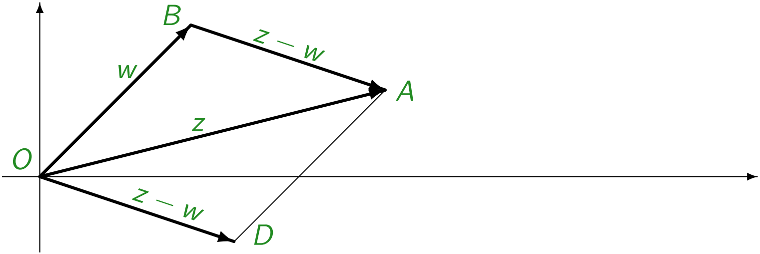
Bizonyítás

Legyen $z = \overrightarrow{OA}$ és $w = \overrightarrow{OB}$. Ekkor $z - w = \overrightarrow{BA}$, hiszen $w + (z - w) = z$.

Két pont távolsága

Állítás (K1.4.7)

Minden $z, w \in \mathbb{C}$-re a z és w távolsága $|z - w|$.



Bizonyítás

Legyen $z = \overrightarrow{OA}$ és $w = \overrightarrow{OB}$. Ekkor $z - w = \overrightarrow{BA}$, hiszen $w + (z - w) = z$. De $z - w$ hossza $|z - w|$. $\square$

Forgatás pont körül

Mi a z pont w körüli $+90$ fokos elforgatottja?

Forgatás pont körül

Mi a z pont w körüli $+90$ fokos elforgatottja?

K1.4.5: Az $r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ számmal szorzás

Forgatás pont körül

Mi a z pont w körüli $+90$ fokos elforgatottja?

K1.4.5: Az $r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ számmal szorzás forgatva nyújtás:

Forgatás pont körül

Mi a z pont w körüli $+90$ fokos elforgatottja?

K1.4.5: Az $r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ számmal szorzás forgatva nyújtás:
α szöggel forgat az origó körül

Forgatás pont körül

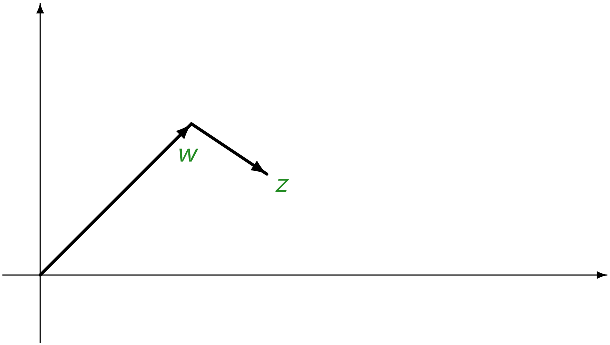
Mi a z pont w körüli $+90$ fokos elforgatottja?

K1.4.5: Az $r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ számmal szorzás forgatva nyújtás: α szöggel forgat az origó körül és r-szeresére nyújt az origóból.

Forgatás pont körül

Mi a z pont w körüli $+90$ fokos elforgatottja?

K1.4.5: Az $r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ számmal szorzás forgatva nyújtás: α szöggel forgat az origó körül és r-szeresére nyújt az origóból.

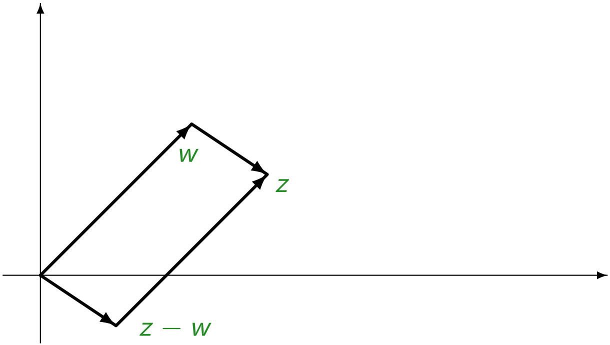


A $\overrightarrow{wz} = z - w$ vektort

Forgatás pont körül

Mi a z pont w körüli $+90$ fokos elforgatottja?

K1.4.5: Az $r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ számmal szorzás forgatva nyújtás: α szöggel forgat az origó körül és r-szeresére nyújt az origóból.

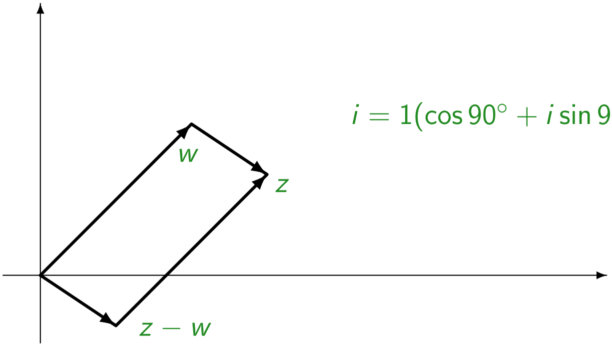


A $\overrightarrow{wz} = z - w$ vektort az origóba toljuk,

Forgatás pont körül

Mi a z pont w körüli $+90$ fokos elforgatottja?

K1.4.5: Az $r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ számmal szorzás forgatva nyújtás: α szöggel forgat az origó körül és r-szeresére nyújt az origóból.



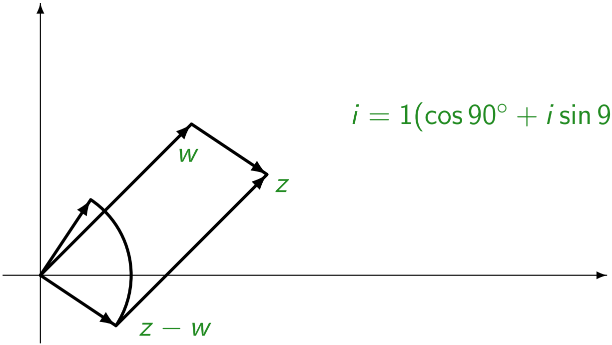
$i = 1(\cos 90^\circ + i\sin 90^\circ)$

A $\overrightarrow{wz} = z - w$ vektort az origóba toljuk,

Forgatás pont körül

Mi a z pont w körüli $+90$ fokos elforgatottja?

K1.4.5: Az $r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ számmal szorzás forgatva nyújtás: α szöggel forgat az origó körül és r-szeresére nyújt az origóból.



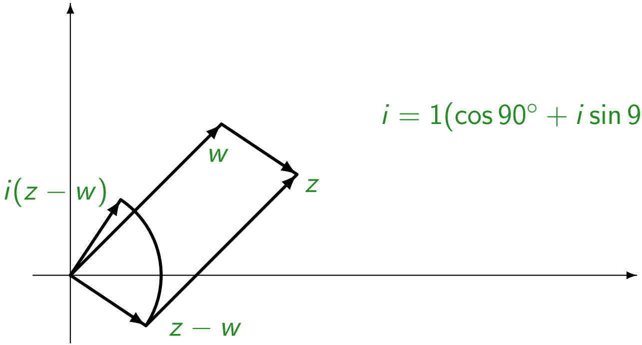
$i = 1(\cos 90^\circ + i\sin 90^\circ)$

A $\overrightarrow{wz} = z - w$ vektort az origóba toljuk, elforgatjuk (i szöge 90°),

Forgatás pont körül

Mi a z pont w körüli $+90$ fokos elforgatottja?

K1.4.5: Az $r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ számmal szorzás forgatva nyújtás: α szöggel forgat az origó körül és r-szeresére nyújt az origóból.



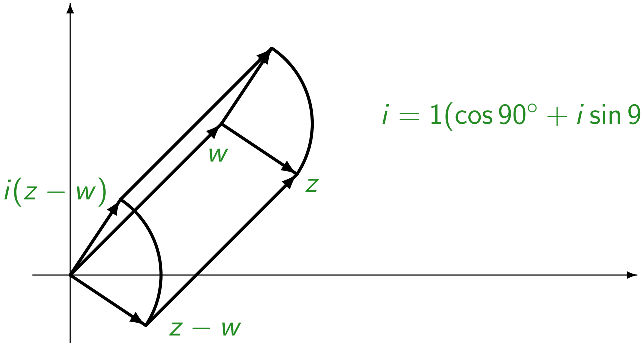
$$i = 1(\cos 90^\circ + i\sin 90^\circ)$$

A $\overrightarrow{wz} = z - w$ vektort az origóba toljuk, elforgatjuk (i szöge 90°),

Forgatás pont körül

Mi a z pont w körüli $+90$ fokos elforgatottja?

K1.4.5: Az $r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ számmal szorzás forgatva nyújtás: α szöggel forgat az origó körül és r-szeresére nyújt az origóból.



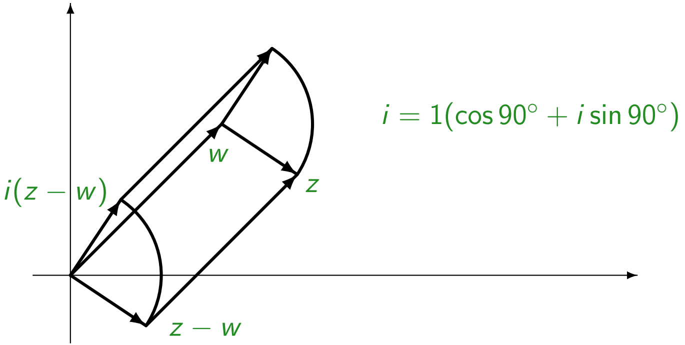
$i = 1(\cos 90^\circ + i\sin 90^\circ)$

A $\overrightarrow{wz} = z - w$ vektort az origóba toljuk, elforgatjuk (i szöge 90°), visszatoljuk,

Forgatás pont körül

Mi a z pont w körüli $+90$ fokos elforgatottja?

K1.4.5: Az $r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ számmal szorzás forgatva nyújtás: α szöggel forgat az origó körül és r-szeresére nyújt az origóból.

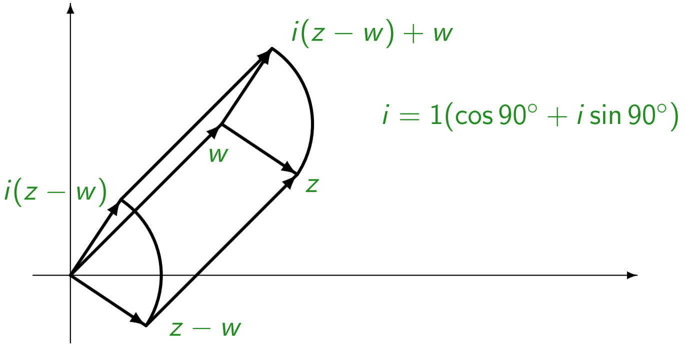


A $\overrightarrow{wz} = z - w$ vektort az origóba toljuk, elforgatjuk (i szöge 90°), visszatoljuk, azaz w-t hozzáadunk.

Forgatás pont körül

Mi a z pont w körüli $+90$ fokos elforgatottja?

K1.4.5: Az $r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ számmal szorzás forgatva nyújtás: α szöggel forgat az origó körül és r-szeresére nyújt az origóból.



A $\overrightarrow{wz} = z - w$ vektort az origóba toljuk, elforgatjuk (i szöge 90°), visszatoljuk, azaz w-t hozzáadunk.

Geometria-feladatok megoldása komplex számokkal

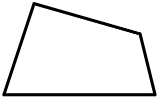
Feladat (K1.4.12.)

Egy négyszög oldalaira kifelé négyzeteket rajzolunk.

Geometria-feladatok megoldása komplex számokkal

Feladat (K1.4.12.)

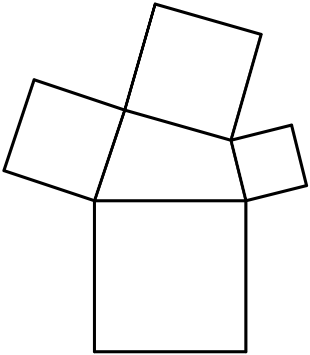
Egy négyszög oldalaira kifelé négyzeteket rajzolunk.



Geometria-feladatok megoldása komplex számokkal

Feladat (K1.4.12.)

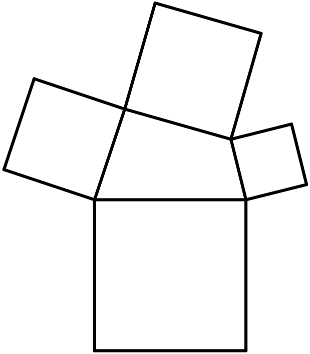
Egy négyszög oldalaira kifelé négyzeteket rajzolunk.



Geometria-feladatok megoldása komplex számokkal

Feladat (K1.4.12.)

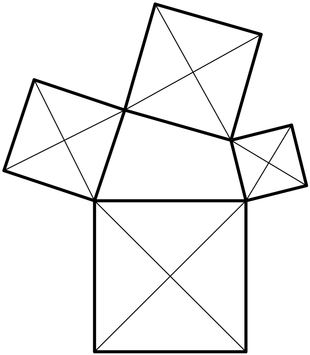
Egy négyszög oldalaira kifelé négyzeteket rajzolunk.
Kössük össze az átellenes négyzetek középpontjait.



Geometria-feladatok megoldása komplex számokkal

Feladat (K1.4.12.)

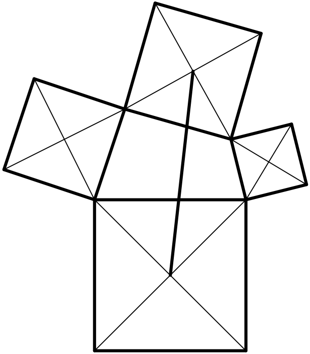
Egy négyszög oldalaira kifelé négyzeteket rajzolunk.
Kössük össze az átellenes négyzetek középpontjait.



Geometria-feladatok megoldása komplex számokkal

Feladat (K1.4.12.)

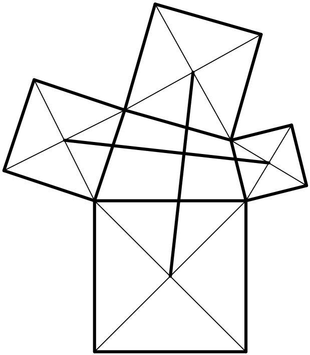
Egy négyszög oldalaira kifelé négyzeteket rajzolunk.
Kössük össze az átellenes négyzetek középpontjait.



Geometria-feladatok megoldása komplex számokkal

Feladat (K1.4.12.)

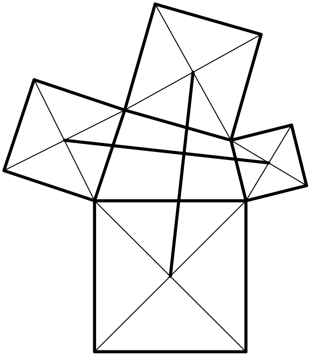
Egy négyszög oldalaira kifelé négyzeteket rajzolunk.
Kössük össze az átellenes négyzetek középpontjait.



Geometria-feladatok megoldása komplex számokkal

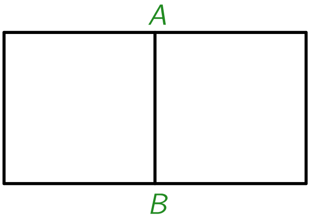
Feladat (K1.4.12.)

Egy négyszög oldalaira kifelé négyzeteket rajzolunk.
Kössük össze az átellenes négyzetek középpontjait.
Igazoljuk, hogy e két szakasz merőleges, és egyenlő hosszú.



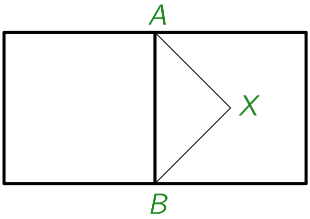
Négyzet középpontja

Határozzuk meg az AB oldalú két négyzet két középpontját.



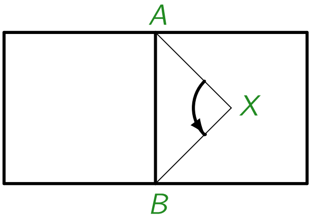
Négyzet középpontja

Határozzuk meg az AB oldalú két négyzet két középpontját.



Négyzet középpontja

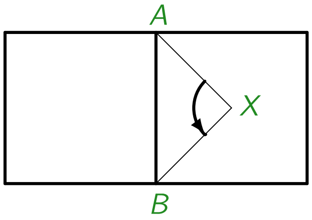
Határozzuk meg az AB oldalú két négyzet két középpontját.



X körül A-t $+90$ fokkal forgatva B-t kapjuk.

Négyzet középpontja

Határozzuk meg az AB oldalú két négyzet két középpontját.

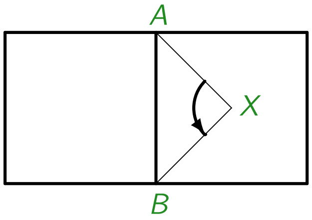


Láttuk: w körül z-t $+90$ fokkal elforgatva $i(z-w)+w$-t kapjuk.

X körül A-t $+90$ fokkal forgatva B-t kapjuk.

Négyzet középpontja

Határozzuk meg az AB oldalú két négyzet két középpontját.

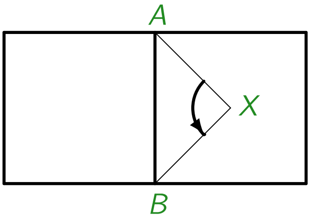


Láttuk: w körül z-t $+90$ fokkal elforgatva $i(z-w)+w$-t kapjuk.

X körül A-t $+90$ fokkal forgatva B-t kapjuk.
Így $B = i(A-X)+X$.

Négyzet középpontja

Határozzuk meg az AB oldalú két négyzet két középpontját.

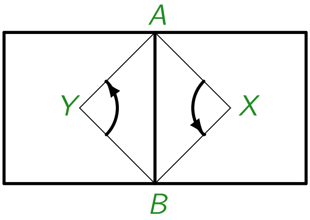


Láttuk: w körül z-t $+90$ fokkal elforgatva $i(z-w)+w$-t kapjuk.

X körül A-t $+90$ fokkal forgatva B-t kapjuk.
Így $B=i(A-X)+X$. Innen $X=(B-Ai)/(1-i)$.

Négyzet középpontja

Határozzuk meg az AB oldalú két négyzet két középpontját.

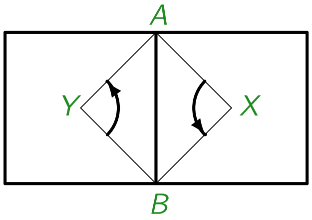


Láttuk: w körül z-t $+90$ fokkal elforgatva $i(z-w)+w$-t kapjuk.

X körül A-t $+90$ fokkal forgatva B-t kapjuk.
Így $B = i(A-X)+X$. Innen $X = (B-Ai)/(1-i)$.
Y körül B-t $+90$ fokkal forgatva A-t kapjuk.

Négyzet középpontja

Határozzuk meg az AB oldalú két négyzet két középpontját.

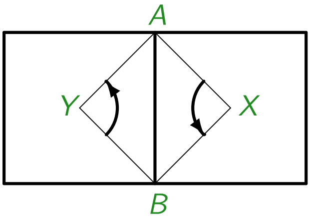


Láttuk: w körül z-t $+90$ fokkal elforgatva $i(z-w)+w$-t kapjuk.

X körül A-t $+90$ fokkal forgatva B-t kapjuk.
Így $B = i(A-X)+X$. Innen $X = (B-Ai)/(1-i)$.
Y körül B-t $+90$ fokkal forgatva A-t kapjuk.
Így $A = i(B-Y)+Y$.

Négyzet középpontja

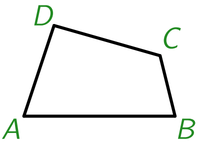
Határozzuk meg az AB oldalú két négyzet két középpontját.



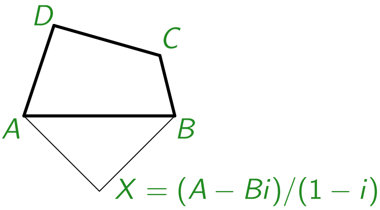
Láttuk: w körül z-t $+90$ fokkal elforgatva $i(z-w)+w$-t kapjuk.

X körül A-t $+90$ fokkal forgatva B-t kapjuk.
Így $B = i(A-X)+X$. Innen $X = (B-Ai)/(1-i)$.
Y körül B-t $+90$ fokkal forgatva A-t kapjuk.
Így $A = i(B-Y)+Y$. Innen $Y = (A-Bi)/(1-i)$.

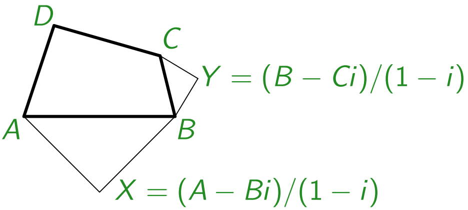
A négyszöges feladat megoldása



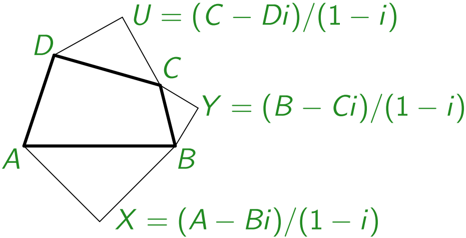
A négyszöges feladat megoldása



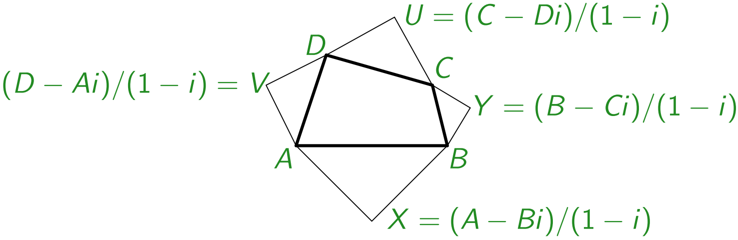
A négyszöges feladat megoldása



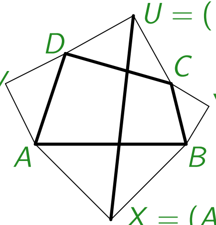
A négyszöges feladat megoldása



A négyszöges feladat megoldása

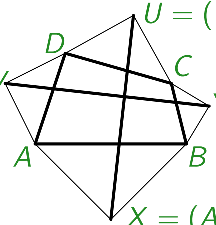


A négyszöges feladat megoldása



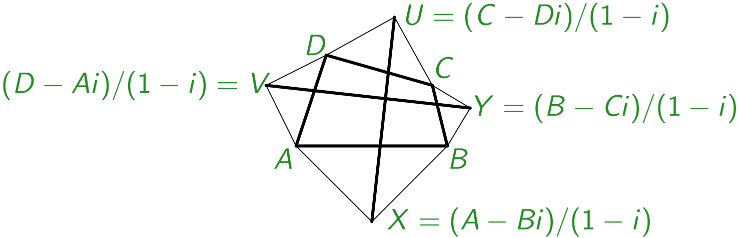
$$\overrightarrow{XU} = U - X = \frac{1}{1-i}\Big((C - Di) - (A - Bi)\Big).$$

A négyszöges feladat megoldása



$$\overrightarrow{XU} = U - X = \frac{1}{1-i}\Big((C - Di) - (A - Bi)\Big).$$
$$\overrightarrow{YV} = V - Y = \frac{1}{1-i}\Big((D - Ai) - (B - Ci)\Big).$$

A négyszöges feladat megoldása

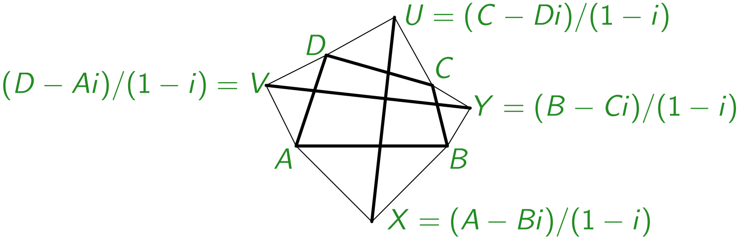


$\overrightarrow{XU} = U - X = \dfrac{1}{1-i}\Big((C - Di) - (A - Bi)\Big)$.

$\overrightarrow{YV} = V - Y = \dfrac{1}{1-i}\Big((D - Ai) - (B - Ci)\Big)$. De

$i\big((C - Di) - (A - Bi)\big) = \big((D - Ai) - (B - Ci)\big)$.

A négyszöges feladat megoldása



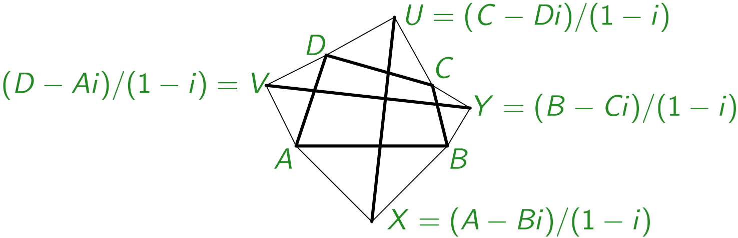
$\overrightarrow{XU} = U - X = \dfrac{1}{1 - i}\Big((C - Di) - (A - Bi)\Big)$.

$\overrightarrow{YV} = V - Y = \dfrac{1}{1 - i}\Big((D - Ai) - (B - Ci)\Big)$. De

$i\big((C - Di) - (A - Bi)\big) = \big((D - Ai) - (B - Ci)\big)$.

Azaz $i(U - X) = V - Y$,

A négyszöges feladat megoldása



$\overrightarrow{XU} = U - X = \dfrac{1}{1-i}\Big((C - Di) - (A - Bi)\Big)$.
$\overrightarrow{YV} = V - Y = \dfrac{1}{1-i}\Big((D - Ai) - (B - Ci)\Big)$. De
$i((C - Di) - (A - Bi)) = ((D - Ai) - (B - Ci))$.
Azaz $i(U - X) = V - Y$, így $\overrightarrow{XU}$ $+90°$-os elforgatottja $\overrightarrow{YV}$. $\square$

Egy ismeretlen kiejtése

Oldjuk meg:

$2x - 3y = 1$

$5x - 2y = 8$

Egy ismeretlen kiejtése

Oldjuk meg:

$2x - 3y = 1$
$5x - 2y = 8$

Ötlet:

Próbáljuk meg x-et kiejteni (eliminálni).

Egy ismeretlen kiejtése

Oldjuk meg:

$2x - 3y = 1$
$5x - 2y = 8$

Ötlet:

Próbáljuk meg x-et kiejteni (eliminálni).
Az első egyenlet 5-szöröséből vonjuk ki
a második egyenlet

Egy ismeretlen kiejtése

Oldjuk meg:

$2x - 3y = 1$
$5x - 2y = 8$

Ötlet:

Próbáljuk meg x-et kiejteni (eliminálni).
Az első egyenlet 5-szöröséből vonjuk ki
a második egyenlet 2-szeresét. Az eredmény:

Egy ismeretlen kiejtése

Oldjuk meg:

$2x - 3y = 1$
$5x - 2y = 8$

Ötlet:

Próbáljuk meg x-et kiejteni (eliminálni).
Az első egyenlet 5-szöröséből vonjuk ki
a második egyenlet 2-szeresét. Az eredmény:
$-15y - (-4y) = 5 - 16$,

Egy ismeretlen kiejtése

Oldjuk meg:

$2x - 3y = 1$
$5x - 2y = 8$

Ötlet:

Próbáljuk meg x-et kiejteni (eliminálni).
Az első egyenlet 5-szöröséből vonjuk ki
a második egyenlet 2-szeresét. Az eredmény:
$-15y - (-4y) = 5 - 16$, azaz $-11y = -11$.

Egy ismeretlen kiejtése

Oldjuk meg:

$2x - 3y = 1$
$5x - 2y = 8$

Ötlet:

Próbáljuk meg x-et kiejteni (eliminálni).
Az első egyenlet 5-szöröséből vonjuk ki
a második egyenlet 2-szeresét. Az eredmény:
$-15y - (-4y) = 5 - 16$, azaz $-11y = -11$. Innen $y = 1$.

Egy ismeretlen kiejtése

Oldjuk meg:

$2x - 3y = 1$
$5x - 2y = 8$

Ötlet:

Próbáljuk meg x-et kiejteni (eliminálni).
Az első egyenlet 5-szöröséből vonjuk ki
a második egyenlet 2-szeresét. Az eredmény:
$-15y - (-4y) = 5 - 16$, azaz $-11y = -11$. Innen $y = 1$.
Az első egyenletből ekkor $2x - 3 = 1$,

Egy ismeretlen kiejtése

Oldjuk meg:

$2x - 3y = 1$
$5x - 2y = 8$

Ötlet:

Próbáljuk meg x-et kiejteni (eliminálni).
Az első egyenlet 5-szöröséből vonjuk ki
a második egyenlet 2-szeresét. Az eredmény:
$-15y - (-4y) = 5 - 16$, azaz $-11y = -11$. Innen $y = 1$.
Az első egyenletből ekkor $2x - 3 = 1$, azaz $x = 2$.

Egy ismeretlen kiejtése

Oldjuk meg:

$2x - 3y = 1$
$5x - 2y = 8$

Ötlet:

Próbáljuk meg x-et kiejteni (eliminálni).
Az első egyenlet 5-szöröséből vonjuk ki
a második egyenlet 2-szeresét. Az eredmény:
$-15y - (-4y) = 5 - 16$, azaz $-11y = -11$. Innen $y = 1$.
Az első egyenletből ekkor $2x - 3 = 1$, azaz $x = 2$.

Ellenőrzés:

$2 \cdot 2 - 3 \cdot 1 = 1$

Egy ismeretlen kiejtése

Oldjuk meg:

$2x - 3y = 1$
$5x - 2y = 8$

Ötlet:

Próbáljuk meg x-et kiejteni (eliminálni).
Az első egyenlet 5-szöröséből vonjuk ki
a második egyenlet 2-szeresét. Az eredmény:
$-15y - (-4y) = 5 - 16$, azaz $-11y = -11$. Innen $y = 1$.
Az első egyenletből ekkor $2x - 3 = 1$, azaz $x = 2$.

Ellenőrzés:

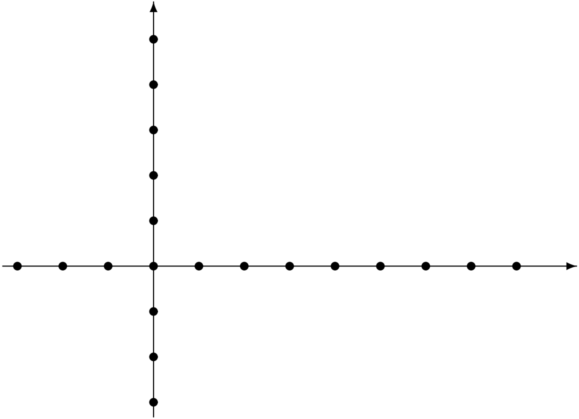
$2 \cdot 2 - 3 \cdot 1 = 1$
$5 \cdot 2 - 2 \cdot 1 = 8$

Geometriai ábrázolás

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= 1, \\ 5x - 2y &= 8, \end{aligned}$$

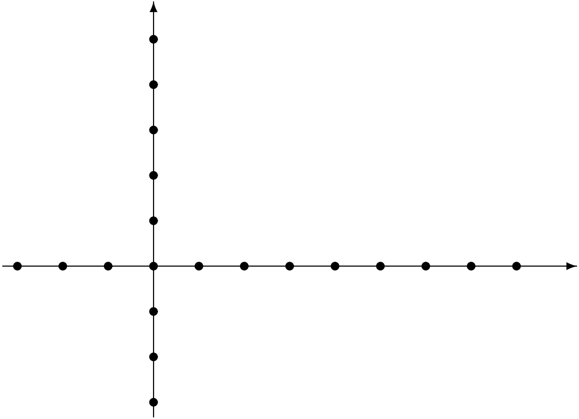
Geometriai ábrázolás

$$2x - 3y = 1,$$
$$5x - 2y = 8,$$



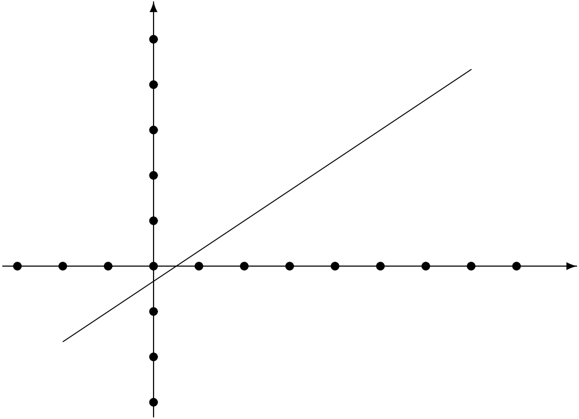
Geometriai ábrázolás

$2x - 3y = 1$, azaz $y = (2/3)x - (1/3)$.
$5x - 2y = 8$,



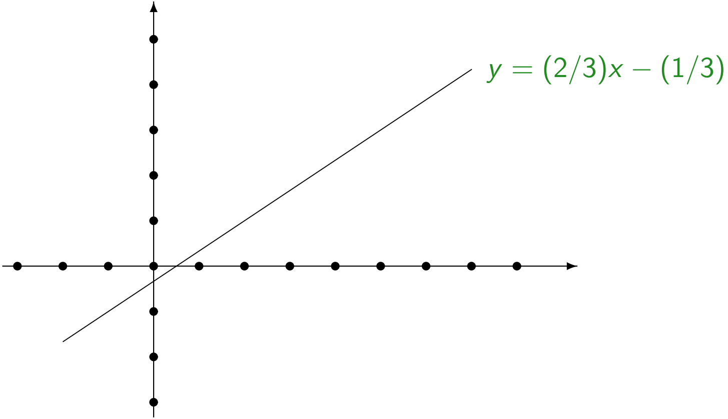
Geometriai ábrázolás

$2x - 3y = 1$, azaz $y = (2/3)x - (1/3)$.
$5x - 2y = 8$,



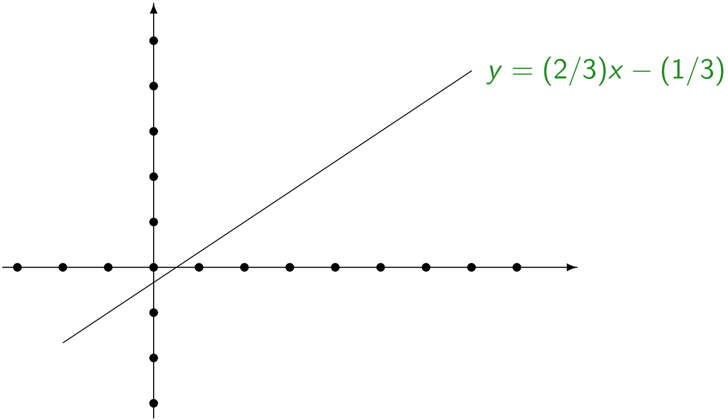
Geometriai ábrázolás

$2x - 3y = 1$, azaz $y = (2/3)x - (1/3)$.
$5x - 2y = 8$,



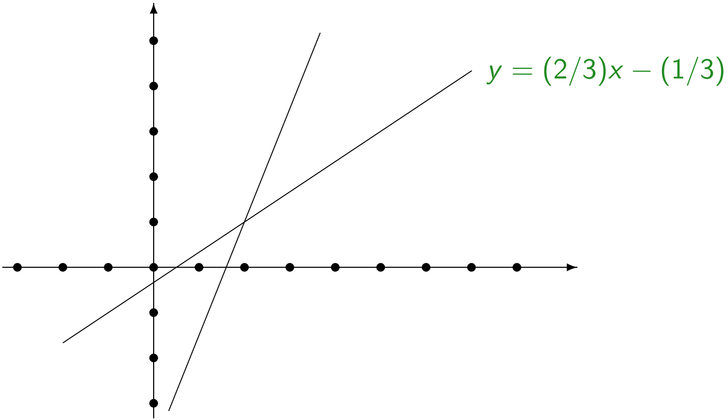
Geometriai ábrázolás

$2x - 3y = 1$, azaz $y = (2/3)x - (1/3)$.
$5x - 2y = 8$, azaz $y = (5/2)x - 4$.



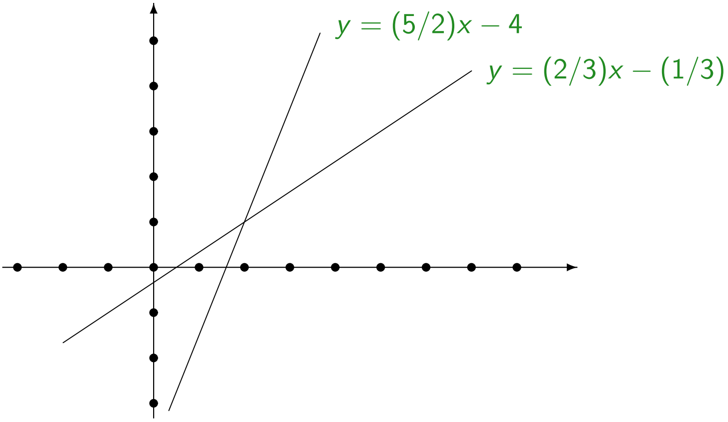
Geometriai ábrázolás

$2x - 3y = 1$, azaz $y = (2/3)x - (1/3)$.
$5x - 2y = 8$, azaz $y = (5/2)x - 4$.



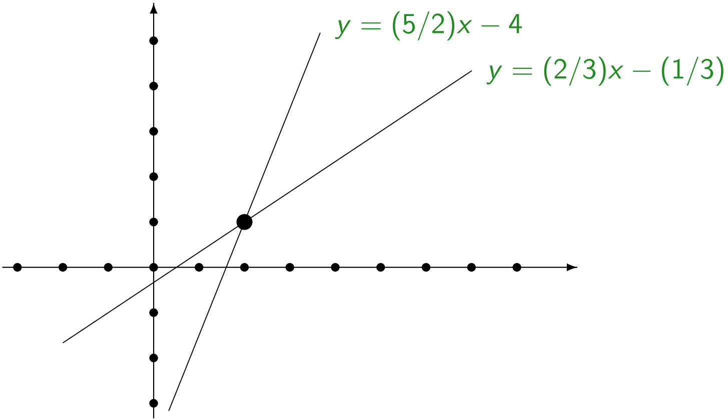
Geometriai ábrázolás

$2x - 3y = 1$, azaz $y = (2/3)x - (1/3)$.
$5x - 2y = 8$, azaz $y = (5/2)x - 4$.



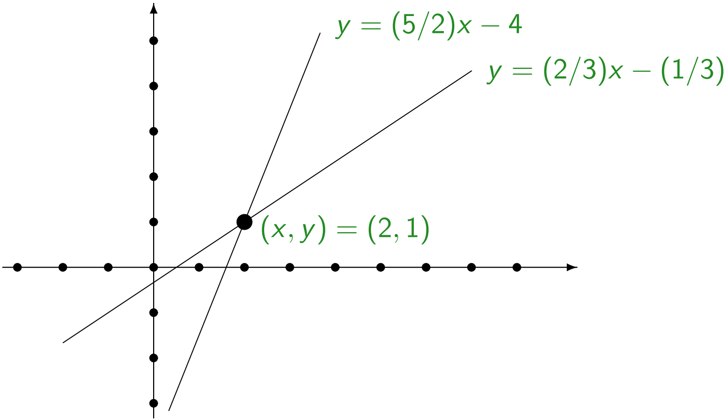
Geometriai ábrázolás

$2x - 3y = 1$, azaz $y = (2/3)x - (1/3)$.
$5x - 2y = 8$, azaz $y = (5/2)x - 4$.



Geometriai ábrázolás

$2x - 3y = 1$, azaz $y = (2/3)x - (1/3)$.
$5x - 2y = 8$, azaz $y = (5/2)x - 4$.



A megoldások száma

Két egyenesnek lehet

A megoldások száma

Két egyenesnek lehet

(1) Nulla darab közös pontja (ha párhuzamosak);

A megoldások száma

Két egyenesnek lehet

(1) Nulla darab közös pontja (ha párhuzamosak);

(2) Egy darab közös pontja (ha metszők);

A megoldások száma

Két egyenesnek lehet

(1) Nulla darab közös pontja (ha párhuzamosak);

(2) Egy darab közös pontja (ha metszők);

(3) Végtelen sok közös pontja (ha egyenlők).

A megoldások száma

Két egyenesnek lehet

(1) Nulla darab közös pontja (ha párhuzamosak);

(2) Egy darab közös pontja (ha metszők);

(3) Végtelen sok közös pontja (ha egyenlők).

Példák

$3x - 3y = 3$

$2x - 2y = 4$

A megoldások száma

Két egyenesnek lehet

(1) Nulla darab közös pontja (ha párhuzamosak);

(2) Egy darab közös pontja (ha metszők);

(3) Végtelen sok közös pontja (ha egyenlők).

Példák

$3x - 3y = 3$

$2x - 2y = 4$

Párhuzamos egyenesek

A megoldások száma

Két egyenesnek lehet

(1) Nulla darab közös pontja (ha párhuzamosak);

(2) Egy darab közös pontja (ha metszők);

(3) Végtelen sok közös pontja (ha egyenlők).

Példák

$3x - 3y = 3$

$2x - 2y = 4$

Párhuzamos egyenesek ($y = x - 1$,

A megoldások száma

Két egyenesnek lehet

(1) Nulla darab közös pontja (ha párhuzamosak);

(2) Egy darab közös pontja (ha metszők);

(3) Végtelen sok közös pontja (ha egyenlők).

Példák

$3x - 3y = 3$

$2x - 2y = 4$

Párhuzamos egyenesek ($y = x - 1$, $y = x - 2$),

A megoldások száma

Két egyenesnek lehet

(1) Nulla darab közös pontja (ha párhuzamosak);

(2) Egy darab közös pontja (ha metszők);

(3) Végtelen sok közös pontja (ha egyenlők).

Példák

$3x - 3y = 3$

$2x - 2y = 4$

Párhuzamos egyenesek ($y = x - 1$, $y = x - 2$), nincs megoldás.

A megoldások száma

Két egyenesnek lehet

(1) Nulla darab közös pontja (ha párhuzamosak);

(2) Egy darab közös pontja (ha metszők);

(3) Végtelen sok közös pontja (ha egyenlők).

Példák

$3x - 3y = 3$
$2x - 2y = 4$

Párhuzamos egyenesek ($y = x - 1$, $y = x - 2$), nincs megoldás.

$3x - 3y = 3$
$2x - 2y = 2$

A megoldások száma

Két egyenesnek lehet

(1) Nulla darab közös pontja (ha párhuzamosak);

(2) Egy darab közös pontja (ha metszők);

(3) Végtelen sok közös pontja (ha egyenlők).

Példák

$3x - 3y = 3$

$2x - 2y = 4$

Párhuzamos egyenesek ($y = x - 1$, $y = x - 2$), nincs megoldás.

$3x - 3y = 3$

$2x - 2y = 2$

Egybeeső egyenesek

A megoldások száma

Két egyenesnek lehet

(1) Nulla darab közös pontja (ha párhuzamosak);

(2) Egy darab közös pontja (ha metszők);

(3) Végtelen sok közös pontja (ha egyenlők).

Példák

$3x - 3y = 3$

$2x - 2y = 4$

Párhuzamos egyenesek ($y = x - 1$, $y = x - 2$), nincs megoldás.

$3x - 3y = 3$

$2x - 2y = 2$

Egybeeső egyenesek ($y = x - 1$),

A megoldások száma

Két egyenesnek lehet

(1) Nulla darab közös pontja (ha párhuzamosak);

(2) Egy darab közös pontja (ha metszők);

(3) Végtelen sok közös pontja (ha egyenlők).

Példák

$3x - 3y = 3$
$2x - 2y = 4$

Párhuzamos egyenesek ($y = x - 1$, $y = x - 2$), nincs megoldás.

$3x - 3y = 3$
$2x - 2y = 2$

Egybeeső egyenesek ($y = x - 1$), végtelen sok megoldás.

Az általános megoldás

Az egyenletrendszer általános megoldása

Az általános megoldás

Az egyenletrendszer általános megoldása
az összes olyan (x, y) számpár valamilyen megadása,
amik megoldásai az egyenletrendszernek.

Az általános megoldás

Az egyenletrendszer **általános megoldása**
az összes olyan (x, y) számpár valamilyen megadása,
amik megoldásai az egyenletrendszernek.

Példa

$$3x - 3y = 3$$
$$2x - 2y = 2$$

Az általános megoldás

Az egyenletrendszer **általános megoldása**
az összes olyan (x, y) számpár valamilyen megadása,
amik megoldásai az egyenletrendszernek.

Példa

$3x - 3y = 3$
$2x - 2y = 2$
Az (x, y) akkor megoldás,

Az általános megoldás

Az egyenletrendszer **általános megoldása**
az összes olyan (x, y) számpár valamilyen megadása,
amik megoldásai az egyenletrendszernek.

Példa

$3x - 3y = 3$
$2x - 2y = 2$
Az (x, y) akkor megoldás, ha $y = x - 1$.

Az általános megoldás

Az egyenletrendszer általános megoldása
az összes olyan (x, y) számpár valamilyen megadása,
amik megoldásai az egyenletrendszernek.

Példa

$3x - 3y = 3$
$2x - 2y = 2$
Az (x, y) akkor megoldás, ha $y = x - 1$. Ezért
az általános megoldás:

Az általános megoldás

Az egyenletrendszer általános megoldása
az összes olyan (x, y) számpár valamilyen megadása,
amik megoldásai az egyenletrendszernek.

Példa

$3x - 3y = 3$
$2x - 2y = 2$
Az (x, y) akkor megoldás, ha $y = x - 1$. Ezért
az általános megoldás: $\{(r, r-1) \mid r \in \mathbb{R}\}$.

Az általános megoldás

Az egyenletrendszer általános megoldása
az összes olyan (x, y) számpár valamilyen megadása,
amik megoldásai az egyenletrendszernek.

Példa

$3x - 3y = 3$
$2x - 2y = 2$
Az (x, y) akkor megoldás, ha $y = x - 1$. Ezért
az általános megoldás: $\{(r, r-1) \mid r \in \mathbb{R}\}$.

Probléma

Hogyan lehet megkeresni egy általános egyenletrendszer
általános megoldását?

Az általános megoldás

Az egyenletrendszer általános megoldása
az összes olyan (x, y) számpár valamilyen megadása,
amik megoldásai az egyenletrendszernek.

Példa

$3x - 3y = 3$
$2x - 2y = 2$
Az (x, y) akkor megoldás, ha $y = x - 1$. Ezért
az általános megoldás: $\{(r, r-1) \mid r \in \mathbb{R}\}$.

Probléma

Hogyan lehet megkeresni egy általános egyenletrendszer
általános megoldását?

Lineáris egyenletrendszer esetén Gauss-eliminációval.

Lineáris egyenletrendszerek

Definíció

Legyenek az ismeretlenek $x_1, x_2, \ldots, x_m$.

Lineáris egyenletrendszerek

Definíció

Legyenek az ismeretlenek $x_1, x_2, \ldots, x_m$. Lineáris egyenlet:

$$a_1x_1 + \ldots + a_mx_m = b$$

Lineáris egyenletrendszerek

Definíció

Legyenek az ismeretlenek $x_1, x_2, \ldots, x_m$. Lineáris egyenlet:

$$a_1x_1 + \ldots + a_mx_m = b$$

Ismeretlenek szorzata nem szerepel,

Lineáris egyenletrendszerek

Definíció

Legyenek az ismeretlenek $x_1, x_2, \ldots, x_m$. Lineáris egyenlet:

$$a_1x_1 + \ldots + a_mx_m = b$$

Ismeretlenek szorzata nem szerepel, $a_1, \ldots, a_m, b$ számok.

Lineáris egyenletrendszerek

Definíció

Legyenek az ismeretlenek $x_1, x_2, \ldots, x_m$. Lineáris egyenlet:

$$a_1x_1 + \ldots + a_mx_m = b$$

Ismeretlenek szorzata nem szerepel, $a_1, \ldots, a_m, b$ számok.

Definíció (Freud, 3.1. szakasz)

Lineáris egyenletrendszer:

Lineáris egyenletrendszerek

Definíció

Legyenek az ismeretlenek $x_1, x_2, \ldots, x_m$. Lineáris egyenlet:

$$a_1x_1 + \ldots + a_mx_m = b$$

Ismeretlenek szorzata nem szerepel, $a_1, \ldots, a_m, b$ számok.

Definíció (Freud, 3.1. szakasz)

Lineáris egyenletrendszer: több lineáris egyenlet közös megoldásait keressük.

Lineáris egyenletrendszerek

Definíció

Legyenek az ismeretlenek $x_1, x_2, \ldots, x_m$. Lineáris egyenlet:

$$a_1x_1 + \ldots + a_mx_m = b$$

Ismeretlenek szorzata nem szerepel, $a_1, \ldots, a_m, b$ számok.

Definíció (Freud, 3.1. szakasz)

Lineáris egyenletrendszer: több lineáris egyenlet közös megoldásait keressük. Általános jelölés:

Lineáris egyenletrendszerek

Definíció

Legyenek az ismeretlenek $x_1, x_2, \ldots, x_m$. Lineáris egyenlet:

$$a_1x_1 + \ldots + a_mx_m = b$$

Ismeretlenek szorzata nem szerepel, $a_1, \ldots, a_m, b$ számok.

Definíció (Freud, 3.1. szakasz)

Lineáris egyenletrendszer: több lineáris egyenlet közös megoldásait keressük. Általános jelölés:

$$a_{11}x_1 + \ldots + a_{1m}x_m = b_1$$

Lineáris egyenletrendszerek

Definíció

Legyenek az ismeretlenek $x_1, x_2, \ldots, x_m$. Lineáris egyenlet:

$$a_1x_1 + \ldots + a_mx_m = b$$

Ismeretlenek szorzata nem szerepel, $a_1, \ldots, a_m, b$ számok.

Definíció (Freud, 3.1. szakasz)

Lineáris egyenletrendszer: több lineáris egyenlet közös megoldásait keressük. Általános jelölés:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \end{aligned}$$

Lineáris egyenletrendszerek

Definíció

Legyenek az ismeretlenek $x_1, x_2, \ldots, x_m$. Lineáris egyenlet:

$$a_1x_1 + \ldots + a_mx_m = b$$

Ismeretlenek szorzata nem szerepel, $a_1, \ldots, a_m, b$ számok.

Definíció (Freud, 3.1. szakasz)

Lineáris egyenletrendszer: több lineáris egyenlet közös megoldásait keressük. Általános jelölés:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ &\ldots \end{aligned}$$

Lineáris egyenletrendszerek

Definíció

Legyenek az ismeretlenek $x_1, x_2, \ldots, x_m$. Lineáris egyenlet:

$$a_1x_1 + \ldots + a_mx_m = b$$

Ismeretlenek szorzata nem szerepel, $a_1, \ldots, a_m, b$ számok.

Definíció (Freud, 3.1. szakasz)

Lineáris egyenletrendszer: több lineáris egyenlet közös megoldásait keressük. Általános jelölés:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ &\ldots \\ a_{n1}x_1 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned}$$

Lineáris egyenletrendszerek

Definíció

Legyenek az ismeretlenek $x_1, x_2, \ldots, x_m$. Lineáris egyenlet:

$$a_1x_1 + \ldots + a_mx_m = b$$

Ismeretlenek szorzata nem szerepel, $a_1, \ldots, a_m, b$ számok.

Definíció (Freud, 3.1. szakasz)

Lineáris egyenletrendszer: több lineáris egyenlet közös megoldásait keressük. Általános jelölés:

$$\begin{gathered} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1m}x_m = b_1 \\ a_{21}x_1 + \ldots + a_{2m}x_m = b_2 \\ \ldots \\ a_{n1}x_1 + \ldots + a_{nm}x_m = b_n \end{gathered}$$

Itt n egyenlet van

Lineáris egyenletrendszerek

Definíció

Legyenek az ismeretlenek $x_1, x_2, \ldots, x_m$. Lineáris egyenlet:

$$a_1x_1 + \ldots + a_mx_m = b$$

Ismeretlenek szorzata nem szerepel, $a_1, \ldots, a_m, b$ számok.

Definíció (Freud, 3.1. szakasz)

Lineáris egyenletrendszer: több lineáris egyenlet közös megoldásait keressük. Általános jelölés:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ &\ldots \\ a_{n1}x_1 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned}$$

Itt n egyenlet van és m ismeretlen.

Az elimináció megengedett lépései

Skalár: egy szám, amilyenek az együtthatók is.

Az elimináció megengedett lépései

Skalár: egy szám, amilyenek az együtthatók is.

(1) Az egyik egyenletet egy nem nulla skalárral megszorozzuk.

Az elimináció megengedett lépései

Skalár: egy szám, amilyenek az együtthatók is.

(1) Az egyik egyenletet egy nem nulla skalárral megszorozzuk.

(2) Az egyik egyenletből kivonjuk egy másik egyenlet tetszőleges skalárszorosát.

Az elimináció megengedett lépései

Skalár: egy szám, amilyenek az együtthatók is.

(1) Az egyik egyenletet egy nem nulla skalárral megszorozzuk.

(2) Az egyik egyenletből kivonjuk egy másik egyenlet tetszőleges skalárszorosát.

Ekkor a megoldások ugyanazok maradnak.

Az elimináció megengedett lépései

Skalár: egy szám, amilyenek az együtthatók is.

(1) Az egyik egyenletet egy nem nulla skalárral megszorozzuk.

(2) Az egyik egyenletből kivonjuk egy másik egyenlet tetszőleges skalárszorosát.

Ekkor a megoldások ugyanazok maradnak.

Az (1) lépéssel bármelyik nem nulla együtthatóból
1-et csinálhatunk,

Az elimináció megengedett lépései

Skalár: egy szám, amilyenek az együtthatók is.

(1) Az egyik egyenletet egy nem nulla skalárral megszorozzuk.

(2) Az egyik egyenletből kivonjuk egy másik egyenlet tetszőleges skalárszorosát.

Ekkor a megoldások ugyanazok maradnak.

Az (1) lépéssel bármelyik nem nulla együtthatóból
1-et csinálhatunk, ha annak reciprokával szorzunk.

Az elimináció megengedett lépései

Skalár: egy szám, amilyenek az együtthatók is.

(1) Az egyik egyenletet egy nem nulla skalárral megszorozzuk.

(2) Az egyik egyenletből kivonjuk egy másik egyenlet tetszőleges skalárszorosát.

Ekkor a megoldások ugyanazok maradnak.

Az (1) lépéssel bármelyik nem nulla együtthatóból
1-et csinálhatunk, ha annak reciprokával szorzunk.

$$2x + 4y = 6$$

Az elimináció megengedett lépései

Skalár: egy szám, amilyenek az együtthatók is.

(1) Az egyik egyenletet egy nem nulla skalárral megszorozzuk.

(2) Az egyik egyenletből kivonjuk egy másik egyenlet tetszőleges skalárszorosát.

Ekkor a megoldások ugyanazok maradnak.

Az (1) lépéssel bármelyik nem nulla együtthatóból 1-et csinálhatunk, ha annak reciprokával szorzunk.

$$2x + 4y = 6 \qquad x + 2y = 3$$

Az elimináció megengedett lépései

Skalár: egy szám, amilyenek az együtthatók is.

(1) Az egyik egyenletet egy nem nulla skalárral megszorozzuk.

(2) Az egyik egyenletből kivonjuk egy másik egyenlet tetszőleges skalárszorosát.

Ekkor a megoldások ugyanazok maradnak.

Az (1) lépéssel bármelyik nem nulla együtthatóból 1-et csinálhatunk, ha annak reciprokával szorzunk.
A (2) lépéssel ki lehet nullázni minden olyan együtthatót,

$$2x + 4y = 6 \qquad x + 2y = 3$$

Az elimináció megengedett lépései

Skalár: egy szám, amilyenek az együtthatók is.

(1) Az egyik egyenletet egy nem nulla skalárral megszorozzuk.

(2) Az egyik egyenletből kivonjuk egy másik egyenlet tetszőleges skalárszorosát.

Ekkor a megoldások ugyanazok maradnak.

Az (1) lépéssel bármelyik nem nulla együtthatóból 1-et csinálhatunk, ha annak reciprokával szorzunk.
A (2) lépéssel ki lehet nullázni minden olyan együtthatót, amely fölött vagy alatt egy nem nulla együttható található.

$$2x + 4y = 6 \qquad x + 2y = 3$$

Az elimináció megengedett lépései

Skalár: egy szám, amilyenek az együtthatók is.

(1) Az egyik egyenletet egy nem nulla skalárral megszorozzuk.

(2) Az egyik egyenletből kivonjuk egy másik egyenlet tetszőleges skalárszorosát.

Ekkor a megoldások ugyanazok maradnak.

Az (1) lépéssel bármelyik nem nulla együtthatóból
1-et csinálhatunk, ha annak reciprokával szorzunk.
A (2) lépéssel ki lehet nullázni minden olyan együtthatót,
amely fölött vagy alatt egy nem nulla együttható található.

$$\begin{aligned} 2x+4y&=6 \\ 3x+2y&=5 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x+2y&=3 \\ 3x+2y&=5 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x+2y&=\quad 3 \\ & \end{aligned}$$

Az elimináció megengedett lépései

Skalár: egy szám, amilyenek az együtthatók is.

(1) Az egyik egyenletet egy nem nulla skalárral megszorozzuk.

(2) Az egyik egyenletből kivonjuk egy másik egyenlet tetszőleges skalárszorosát.

Ekkor a megoldások ugyanazok maradnak.

Az (1) lépéssel bármelyik nem nulla együtthatóból 1-et csinálhatunk, ha annak reciprokával szorzunk.
A (2) lépéssel ki lehet nullázni minden olyan együtthatót, amely fölött vagy alatt egy nem nulla együttható található.

$$\begin{aligned} 2x + 4y &= 6 \\ 3x + 2y &= 5 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x + 2y &= 3 \\ 3x + 2y &= 5 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x + 2y &= \quad 3 \\ & \end{aligned}$$

Az első háromszorosát kivonjuk a másodikból.

Az elimináció megengedett lépései

Skalár: egy szám, amilyenek az együtthatók is.

(1) Az egyik egyenletet egy nem nulla skalárral megszorozzuk.

(2) Az egyik egyenletből kivonjuk egy másik egyenlet tetszőleges skalárszorosát.

Ekkor a megoldások ugyanazok maradnak.

Az (1) lépéssel bármelyik nem nulla együtthatóból
1-et csinálhatunk, ha annak reciprokával szorzunk.
A (2) lépéssel ki lehet nullázni minden olyan együtthatót, amely fölött vagy alatt egy nem nulla együttható található.

$$\begin{aligned} 2x + 4y &= 6 \\ 3x + 2y &= 5 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x + 2y &= 3 \\ 3x + 2y &= 5 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x + 2y &= 3 \\ 0x - 4y &= -4 \end{aligned}$$

Az első háromszorosát kivonjuk a másodikból.

Az elimináció megengedett lépései

Skalár: egy szám, amilyenek az együtthatók is.

(1) Az egyik egyenletet egy nem nulla skalárral megszorozzuk.

(2) Az egyik egyenletből kivonjuk egy másik egyenlet tetszőleges skalárszorosát.

Ekkor a megoldások ugyanazok maradnak.

Az (1) lépéssel bármelyik nem nulla együtthatóból 1-et csinálhatunk, ha annak reciprokával szorzunk.
A (2) lépéssel ki lehet nullázni minden olyan együtthatót, amely fölött vagy alatt egy nem nulla együttható található.

$$\begin{aligned} 2x + 4y &= 6 \\ 3x + 2y &= 5 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x + 2y &= 3 \\ 3x + 2y &= 5 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x + 2y &= 3 \\ 0x - 4y &= -4 \end{aligned}$$

Az első háromszorosát kivonjuk a másodikból. Így $y = 1$.

Szisztematikus eljárás

(1) Egy nem nulla együtthatót leosztással 1-re változtatunk,

Szisztematikus eljárás

(1) Egy nem nulla együtthatót leosztással 1-re változtatunk, és bekarikázzuk.

Szisztematikus eljárás

(1) Egy nem nulla együtthatót leosztással 1-re változtatunk, és bekarikázzuk. Ez a vezéregyes.

Szisztematikus eljárás

(1) Egy nem nulla együtthatót leosztással 1-re változtatunk, és bekarikázzuk. Ez a vezéregyes.

(2) Az oszlopában a többi együtthatót kinullázzuk.

Szisztematikus eljárás

(1) Egy nem nulla együtthatót leosztással 1-re változtatunk, és bekarikázzuk. Ez a vezéregyes.

(2) Az oszlopában a többi együtthatót kinullázzuk.

(3) Az (1)+(2)-t ismételjük,

Szisztematikus eljárás

(1) Egy nem nulla együtthatót leosztással 1-re változtatunk, és bekarikázzuk. Ez a vezéregyes.

(2) Az oszlopában a többi együtthatót kinullázzuk.

(3) Az (1)+(2)-t ismételjük, de (1)-ben csak olyan együtthatót választhatunk, amely sorában és oszlopában nincs karika.

Szisztematikus eljárás

(1) Egy nem nulla együtthatót leosztással 1-re változtatunk, és bekarikázzuk. Ez a vezéregyes.

(2) Az oszlopában a többi együtthatót kinullázzuk.

(3) Az (1)+(2)-t ismételjük, de (1)-ben csak olyan együtthatót választhatunk, amely sorában és oszlopában nincs karika.

(4) Ha ilyen nincs, akkor megállunk.

Szisztematikus eljárás

(1) Egy nem nulla együtthatót leosztással 1-re változtatunk, és bekarikázzuk. Ez a vezéregyes.

(2) Az oszlopában a többi együtthatót kinullázzuk.

(3) Az (1)+(2)-t ismételjük, de (1)-ben csak olyan együtthatót választhatunk, amely sorában és oszlopában nincs karika.

(4) Ha ilyen nincs, akkor megállunk. Ezután:

(5) Ha van olyan sor, amelynek bal oldalán minden együttható nulla,

Szisztematikus eljárás

(1) Egy nem nulla együtthatót leosztással 1-re változtatunk, és bekarikázzuk. Ez a vezéregyes.

(2) Az oszlopában a többi együtthatót kinullázzuk.

(3) Az (1)+(2)-t ismételjük, de (1)-ben csak olyan együtthatót választhatunk, amely sorában és oszlopában nincs karika.

(4) Ha ilyen nincs, akkor megállunk. Ezután:

(5) Ha van olyan sor, amelynek bal oldalán minden együttható nulla, de a jobb oldali b_j nem,

Szisztematikus eljárás

(1) Egy nem nulla együtthatót leosztással 1-re változtatunk, és bekarikázzuk. Ez a vezéregyes.

(2) Az oszlopában a többi együtthatót kinullázzuk.

(3) Az (1)+(2)-t ismételjük, de (1)-ben csak olyan együtthatót választhatunk, amely sorában és oszlopában nincs karika.

(4) Ha ilyen nincs, akkor megállunk. Ezután:

(5) Ha van olyan sor, amelynek bal oldalán minden együttható nulla, de a jobb oldali b_j nem, akkor az egyenletrendszer ellentmondásos,

Szisztematikus eljárás

(1) Egy nem nulla együtthatót leosztással 1-re változtatunk, és bekarikázzuk. Ez a vezéregyes.

(2) Az oszlopában a többi együtthatót kinullázzuk.

(3) Az (1)+(2)-t ismételjük, de (1)-ben csak olyan együtthatót választhatunk, amely sorában és oszlopában nincs karika.

(4) Ha ilyen nincs, akkor megállunk. Ezután:

(5) Ha van olyan sor, amelynek bal oldalán minden együttható nulla, de a jobb oldali b_j nem, akkor az egyenletrendszer ellentmondásos, nincs megoldása.

Szisztematikus eljárás

(1) Egy nem nulla együtthatót leosztással 1-re változtatunk, és bekarikázzuk. Ez a vezéregyes.

(2) Az oszlopában a többi együtthatót kinullázzuk.

(3) Az (1)+(2)-t ismételjük, de (1)-ben csak olyan együtthatót választhatunk, amely sorában és oszlopában nincs karika.

(4) Ha ilyen nincs, akkor megállunk. Ezután:

(5) Ha van olyan sor, amelynek bal oldalán minden együttható nulla, de a jobb oldali b_j nem, akkor az egyenletrendszer ellentmondásos, nincs megoldása. Ez egy tilos sor.

Szisztematikus eljárás

(1) Egy nem nulla együtthatót leosztással 1-re változtatunk, és bekarikázzuk. Ez a vezéregyes.

(2) Az oszlopában a többi együtthatót kinullázzuk.

(3) Az (1)+(2)-t ismételjük, de (1)-ben csak olyan együtthatót választhatunk, amely sorában és oszlopában nincs karika.

(4) Ha ilyen nincs, akkor megállunk. Ezután:

(5) Ha van olyan sor, amelynek bal oldalán minden együttható nulla, de a jobb oldali b_j nem, akkor az egyenletrendszer ellentmondásos, nincs megoldása. Ez egy tilos sor.

(6) Ha van olyan sor, amelynek bal oldalán minden együttható nulla,

Szisztematikus eljárás

(1) Egy nem nulla együtthatót leosztással 1-re változtatunk, és bekarikázzuk. Ez a vezéregyes.

(2) Az oszlopában a többi együtthatót kinullázzuk.

(3) Az (1)+(2)-t ismételjük, de (1)-ben csak olyan együtthatót választhatunk, amely sorában és oszlopában nincs karika.

(4) Ha ilyen nincs, akkor megállunk. Ezután:

(5) Ha van olyan sor, amelynek bal oldalán minden együttható nulla, de a jobb oldali b_j nem, akkor az egyenletrendszer ellentmondásos, nincs megoldása. Ez egy tilos sor.

(6) Ha van olyan sor, amelynek bal oldalán minden együttható nulla, és a jobb oldali b_j is nulla,

Szisztematikus eljárás

(1) Egy nem nulla együtthatót leosztással 1-re változtatunk, és bekarikázzuk. Ez a vezéregyes.

(2) Az oszlopában a többi együtthatót kinullázzuk.

(3) Az (1)+(2)-t ismételjük, de (1)-ben csak olyan együtthatót választhatunk, amely sorában és oszlopában nincs karika.

(4) Ha ilyen nincs, akkor megállunk. Ezután:

(5) Ha van olyan sor, amelynek bal oldalán minden együttható nulla, de a jobb oldali b_j nem, akkor az egyenletrendszer ellentmondásos, nincs megoldása. Ez egy tilos sor.

(6) Ha van olyan sor, amelynek bal oldalán minden együttható nulla, és a jobb oldali b_j is nulla, akkor ezt a sort kihúzzuk.

A megoldás leolvasása (F3.1.1. Tétel)

(7) Azokat az ismeretleneket, amelyek oszlopában nincs karika,

A megoldás leolvasása (F3.1.1. Tétel)

(7) Azokat az ismeretleneket, amelyek oszlopában nincs karika, szabad változónak nevezzük.

A megoldás leolvasása (F3.1.1. Tétel)

(7) Azokat az ismeretleneket, amelyek oszlopában nincs karika, szabad változónak nevezzük.
A többi ismeretlen a kötött változó.

A megoldás leolvasása (F3.1.1. Tétel)

(7) Azokat az ismeretleneket, amelyek oszlopában nincs karika, szabad változónak nevezzük.
A többi ismeretlen a kötött változó.

(8) Mindegyik kötött változó csak egyetlen egyenletben szerepel,

A megoldás leolvasása (F3.1.1. Tétel)

(7) Azokat az ismeretleneket, amelyek oszlopában nincs karika, szabad változónak nevezzük.
A többi ismeretlen a kötött változó.

(8) Mindegyik kötött változó csak egyetlen egyenletben szerepel, és abban az együtthatója 1.

A megoldás leolvasása (F3.1.1. Tétel)

(7) Azokat az ismeretleneket, amelyek oszlopában nincs karika, szabad változónak nevezzük.
A többi ismeretlen a kötött változó.

(8) Mindegyik kötött változó csak egyetlen egyenletben szerepel, és abban az együtthatója 1.
Ezért a kötött változók kifejezhetők a szabad változókkal.

A megoldás leolvasása (F3.1.1. Tétel)

(7) Azokat az ismeretleneket, amelyek oszlopában nincs karika, szabad változónak nevezzük.
A többi ismeretlen a kötött változó.

(8) Mindegyik kötött változó csak egyetlen egyenletben szerepel, és abban az együtthatója 1.
Ezért a kötött változók kifejezhetők a szabad változókkal.

A megoldások száma

A szabad változóknak tetszőleges értéket adva egyértelmű megoldást kapunk.

A megoldás leolvasása (F3.1.1. Tétel)

(7) Azokat az ismeretleneket, amelyek oszlopában nincs karika, szabad változónak nevezzük.
A többi ismeretlen a kötött változó.

(8) Mindegyik kötött változó csak egyetlen egyenletben szerepel, és abban az együtthatója 1.
Ezért a kötött változók kifejezhetők a szabad változókkal.

A megoldások száma

A szabad változóknak tetszőleges értéket adva egyértelmű megoldást kapunk. Így ha van szabad változó,

A megoldás leolvasása (F3.1.1. Tétel)

(7) Azokat az ismeretleneket, amelyek oszlopában nincs karika, szabad változónak nevezzük.
A többi ismeretlen a kötött változó.

(8) Mindegyik kötött változó csak egyetlen egyenletben szerepel, és abban az együtthatója 1.
Ezért a kötött változók kifejezhetők a szabad változókkal.

A megoldások száma

A szabad változóknak tetszőleges értéket adva egyértelmű megoldást kapunk. Így ha van szabad változó, akkor a megoldások száma végtelen.

A megoldás leolvasása (F3.1.1. Tétel)

(7) Azokat az ismeretleneket, amelyek oszlopában nincs karika, szabad változónak nevezzük.
A többi ismeretlen a kötött változó.

(8) Mindegyik kötött változó csak egyetlen egyenletben szerepel, és abban az együtthatója 1.
Ezért a kötött változók kifejezhetők a szabad változókkal.

A megoldások száma

A szabad változóknak tetszőleges értéket adva egyértelmű megoldást kapunk. Így ha van szabad változó, akkor a megoldások száma végtelen.

A megoldás akkor egyértelmű,

A megoldás leolvasása (F3.1.1. Tétel)

(7) Azokat az ismeretleneket, amelyek oszlopában nincs karika, szabad változónak nevezzük.
A többi ismeretlen a kötött változó.

(8) Mindegyik kötött változó csak egyetlen egyenletben szerepel, és abban az együtthatója 1.
Ezért a kötött változók kifejezhetők a szabad változókkal.

A megoldások száma

A szabad változóknak tetszőleges értéket adva egyértelmű megoldást kapunk. Így ha van szabad változó, akkor a megoldások száma végtelen.

A megoldás akkor egyértelmű, ha az egyenletrendszer nem ellentmondásos,

A megoldás leolvasása (F3.1.1. Tétel)

(7) Azokat az ismeretleneket, amelyek oszlopában nincs karika, szabad változónak nevezzük.
A többi ismeretlen a kötött változó.

(8) Mindegyik kötött változó csak egyetlen egyenletben szerepel, és abban az együtthatója 1.
Ezért a kötött változók kifejezhetők a szabad változókkal.

A megoldások száma

A szabad változóknak tetszőleges értéket adva egyértelmű megoldást kapunk. Így ha van szabad változó, akkor a megoldások száma végtelen.

A megoldás akkor egyértelmű, ha az egyenletrendszer nem ellentmondásos, és nincs szabad változó.

Az egyetlen összefüggés

Tétel (F3.1.2. Tétel)

Ha az egyenletek száma kisebb, mint az ismeretlenek száma, akkor nem lehet egyértelmű a megoldás.

Az egyetlen összefüggés

Tétel (F3.1.2. Tétel)

Ha az egyenletek száma kisebb, mint az ismeretlenek száma, akkor nem lehet egyértelmű a megoldás.

Bizonyítás

Ha egyértelmű a megoldás, akkor nincs szabad változó.

Az egyetlen összefüggés

Tétel (F3.1.2. Tétel)

Ha az egyenletek száma kisebb, mint az ismeretlenek száma, akkor nem lehet egyértelmű a megoldás.

Bizonyítás

Ha egyértelmű a megoldás, akkor nincs szabad változó.
Ezért minden oszlopban van karika.

Az egyetlen összefüggés

Tétel (F3.1.2. Tétel)

Ha az egyenletek száma kisebb, mint az ismeretlenek száma, akkor nem lehet egyértelmű a megoldás.

Bizonyítás

Ha egyértelmű a megoldás, akkor nincs szabad változó.
Ezért minden oszlopban van karika. De a karikák csupa különböző sorokban vannak,

Az egyetlen összefüggés

Tétel (F3.1.2. Tétel)

Ha az egyenletek száma kisebb, mint az ismeretlenek száma, akkor nem lehet egyértelmű a megoldás.

Bizonyítás

Ha egyértelmű a megoldás, akkor nincs szabad változó.
Ezért minden oszlopban van karika. De a karikák csupa különböző sorokban vannak, így legalább annyi sor van, mint oszlop.

Az egyetlen összefüggés

Tétel (F3.1.2. Tétel)

Ha az egyenletek száma kisebb, mint az ismeretlenek száma, akkor nem lehet egyértelmű a megoldás.

Bizonyítás

Ha egyértelmű a megoldás, akkor nincs szabad változó.
Ezért minden oszlopban van karika. De a karikák csupa különböző sorokban vannak, így legalább annyi sor van, mint oszlop.
Azaz legalább annyi egyenlet van, mint ismeretlen. $\square$

Az egyetlen összefüggés

Tétel (F3.1.2. Tétel)

Ha az egyenletek száma kisebb, mint az ismeretlenek száma, akkor nem lehet egyértelmű a megoldás.

Bizonyítás

Ha egyértelmű a megoldás, akkor nincs szabad változó.
Ezért minden oszlopban van karika. De a karikák csupa különböző sorokban vannak, így legalább annyi sor van, mint oszlop.
Azaz legalább annyi egyenlet van, mint ismeretlen. $\square$

Fontos: más összefüggés nincs az ismeretlenek száma, az egyenletek száma és a megoldások száma között!

Az egyetlen összefüggés

Tétel (F3.1.2. Tétel)

Ha az egyenletek száma kisebb, mint az ismeretlenek száma, akkor nem lehet egyértelmű a megoldás.

Bizonyítás

Ha egyértelmű a megoldás, akkor nincs szabad változó.
Ezért minden oszlopban van karika. De a karikák csupa különböző sorokban vannak, így legalább annyi sor van, mint oszlop.
Azaz legalább annyi egyenlet van, mint ismeretlen. $\square$

Fontos: más összefüggés nincs az ismeretlenek száma, az egyenletek száma és a megoldások száma között!
Példák: gyakorlaton,

Az egyetlen összefüggés

Tétel (F3.1.2. Tétel)

Ha az egyenletek száma kisebb, mint az ismeretlenek száma, akkor nem lehet egyértelmű a megoldás.

Bizonyítás

Ha egyértelmű a megoldás, akkor nincs szabad változó.
Ezért minden oszlopban van karika. De a karikák csupa különböző sorokban vannak, így legalább annyi sor van, mint oszlop.
Azaz legalább annyi egyenlet van, mint ismeretlen. □

Fontos: más összefüggés nincs az ismeretlenek száma, az egyenletek száma és a megoldások száma között!
Példák: gyakorlaton, mátrixos jelöléssel.

Homogén lineáris egyenletrendszerek

Definíció

Egy lineáris egyenletrendszer homogén,

Homogén lineáris egyenletrendszerek

Definíció

Egy lineáris egyenletrendszer homogén, ha a jobb oldalán szereplő mindegyik b_j nullával egyenlő.

Homogén lineáris egyenletrendszerek

Definíció

Egy lineáris egyenletrendszer homogén, ha a jobb oldalán szereplő mindegyik b_j nullával egyenlő.
Triviális megoldás: mindegyik ismeretlen nulla.

Homogén lineáris egyenletrendszerek

Definíció

Egy lineáris egyenletrendszer homogén, ha a jobb oldalán szereplő mindegyik b_j nullával egyenlő.
Triviális megoldás: mindegyik ismeretlen nulla.

Következmény (F3.1.4. Tétel)

Ha egy homogén lineáris egyenletrendszerben
az egyenletek száma kisebb, mint az ismeretlenek száma,

Homogén lineáris egyenletrendszerek

Definíció

Egy lineáris egyenletrendszer homogén, ha a jobb oldalán szereplő mindegyik b_j nullával egyenlő.
Triviális megoldás: mindegyik ismeretlen nulla.

Következmény (F3.1.4. Tétel)

Ha egy homogén lineáris egyenletrendszerben
az egyenletek száma kisebb, mint az ismeretlenek száma,
akkor van nemtriviális megoldás.

Homogén lineáris egyenletrendszerek

Definíció

Egy lineáris egyenletrendszer homogén, ha a jobb oldalán szereplő mindegyik b_j nullával egyenlő.
Triviális megoldás: mindegyik ismeretlen nulla.

Következmény (F3.1.4. Tétel)

Ha egy homogén lineáris egyenletrendszerben
az egyenletek száma kisebb, mint az ismeretlenek száma,
akkor van nemtriviális megoldás.

Bizonyítás

Az előző tétel miatt nem lehet egyértelmű a megoldás.

Homogén lineáris egyenletrendszerek

Definíció

Egy lineáris egyenletrendszer homogén, ha a jobb oldalán szereplő mindegyik b_j nullával egyenlő.
Triviális megoldás: mindegyik ismeretlen nulla.

Következmény (F3.1.4. Tétel)

Ha egy homogén lineáris egyenletrendszerben
az egyenletek száma kisebb, mint az ismeretlenek száma,
akkor van nemtriviális megoldás.

Bizonyítás

Az előző tétel miatt nem lehet egyértelmű a megoldás.
De nem is ellentmondásos,

Homogén lineáris egyenletrendszerek

Definíció

Egy lineáris egyenletrendszer homogén, ha a jobb oldalán szereplő mindegyik b_j nullával egyenlő.
Triviális megoldás: mindegyik ismeretlen nulla.

Következmény (F3.1.4. Tétel)

Ha egy homogén lineáris egyenletrendszerben
az egyenletek száma kisebb, mint az ismeretlenek száma,
akkor van nemtriviális megoldás.

Bizonyítás

Az előző tétel miatt nem lehet egyértelmű a megoldás.
De nem is ellentmondásos, mert van (triviális) megoldás.

Homogén lineáris egyenletrendszerek

Definíció

Egy lineáris egyenletrendszer homogén, ha a jobb oldalán szereplő mindegyik b_j nullával egyenlő.
Triviális megoldás: mindegyik ismeretlen nulla.

Következmény (F3.1.4. Tétel)

Ha egy homogén lineáris egyenletrendszerben
az egyenletek száma kisebb, mint az ismeretlenek száma,
akkor van nemtriviális megoldás.

Bizonyítás

Az előző tétel miatt nem lehet egyértelmű a megoldás.
De nem is ellentmondásos, mert van (triviális) megoldás.
Ezért van legalább még egy megoldás. $\square$

A sík vektorai

Az origóból az $A = (a, b)$ pontba mutató $\overrightarrow{OA}$ vektort az (a, b) számpárral adjuk meg.

A sík vektorai

Az origóból az $A = (a, b)$ pontba mutató $\overrightarrow{OA}$ vektort
az (a, b) számpárral adjuk meg.
Az $\overrightarrow{OA} = (a, b)$ és az $\overrightarrow{OB} = (c, d)$ vektorok összege
$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (a + c, b + d)$,

A sík vektorai

Az origóból az $A = (a, b)$ pontba mutató $\overrightarrow{OA}$ vektort az (a, b) számpárral adjuk meg.
Az $\overrightarrow{OA} = (a, b)$ és az $\overrightarrow{OB} = (c, d)$ vektorok összege
$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (a + c, b + d)$,
ami a paralelogramma-szabállyal is megkapható.

A sík vektorai

Az origóból az $A = (a, b)$ pontba mutató $\overrightarrow{OA}$ vektort az (a, b) számpárral adjuk meg.
Az $\overrightarrow{OA} = (a, b)$ és az $\overrightarrow{OB} = (c, d)$ vektorok összege
$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (a + c, b + d)$,
ami a paralelogramma-szabállyal is megkapható.

Legyen λ valós szám (skalár).

A sík vektorai

Az origóból az $A = (a, b)$ pontba mutató $\overrightarrow{OA}$ vektort az (a, b) számpárral adjuk meg.
Az $\overrightarrow{OA} = (a, b)$ és az $\overrightarrow{OB} = (c, d)$ vektorok összege
$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (a + c, b + d)$,
ami a paralelogramma-szabállyal is megkapható.

Legyen λ valós szám (skalár).
Az $\overrightarrow{OA}$ vektor λ-szorosa az $\overrightarrow{OB}$, ahol a B pontot úgy kapjuk, hogy

A sík vektorai

Az origóból az $A = (a, b)$ pontba mutató $\overrightarrow{OA}$ vektort az (a, b) számpárral adjuk meg.
Az $\overrightarrow{OA} = (a, b)$ és az $\overrightarrow{OB} = (c, d)$ vektorok összege
$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (a + c, b + d)$,
ami a paralelogramma-szabállyal is megkapható.

Legyen λ valós szám (skalár).
Az $\overrightarrow{OA}$ vektor λ-szorosa az $\overrightarrow{OB}$, ahol a B pontot úgy kapjuk, hogy az A pontot az origóból $|\lambda|$-szorosára nyújtjuk,

A sík vektorai

Az origóból az $A = (a, b)$ pontba mutató $\overrightarrow{OA}$ vektort az (a, b) számpárral adjuk meg.
Az $\overrightarrow{OA} = (a, b)$ és az $\overrightarrow{OB} = (c, d)$ vektorok összege
$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (a + c, b + d)$,
ami a paralelogramma-szabállyal is megkapható.

Legyen λ valós szám (skalár).
Az $\overrightarrow{OA}$ vektor λ-szorosa az $\overrightarrow{OB}$, ahol a B pontot úgy kapjuk, hogy az A pontot az origóból $|\lambda|$-szorosára nyújtjuk, és ha λ negatív, akkor tükrözzük is az origóra.

A sík vektorai

Az origóból az $A = (a, b)$ pontba mutató $\overrightarrow{OA}$ vektort az (a, b) számpárral adjuk meg.
Az $\overrightarrow{OA} = (a, b)$ és az $\overrightarrow{OB} = (c, d)$ vektorok összege
$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (a + c, b + d)$,
ami a paralelogramma-szabállyal is megkapható.

Legyen λ valós szám (skalár).
Az $\overrightarrow{OA}$ vektor λ-szorosa az $\overrightarrow{OB}$, ahol a B pontot úgy kapjuk, hogy az A pontot az origóból $|\lambda|$-szorosára nyújtjuk, és ha λ negatív, akkor tükrözzük is az origóra.

Állítás

Ha $\overrightarrow{OA} = (a, b)$, akkor $\lambda\overrightarrow{OA} = (\lambda a, \lambda b)$. □

Általános vektorok

Az (a, b) vektort ezentúl oszlopvektornak írjuk: $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.

Általános vektorok

Az (a, b) vektort ezentúl oszlopvektornak írjuk: $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.

Tehát $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a + c \\ b + d \end{bmatrix}$

Általános vektorok

Az (a, b) vektort ezentúl oszlopvektornak írjuk: $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.

Tehát $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+c \\ b+d \end{bmatrix}$ és $\lambda \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a \\ \lambda b \end{bmatrix}$.

Általános vektorok

Az (a, b) vektort ezentúl oszlopvektornak írjuk: $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.

Tehát $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+c \\ b+d \end{bmatrix}$ és $\lambda \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a \\ \lambda b \end{bmatrix}$.

F3.1.5. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$.

Általános vektorok

Az (a, b) vektort ezentúl oszlopvektornak írjuk: $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.

Tehát $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+c \\ b+d \end{bmatrix}$ és $\lambda \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a \\ \lambda b \end{bmatrix}$.

F3.1.5. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. A T fölötti n magas oszlopvektorok az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

alakú „táblázatok”,

Általános vektorok

Az (a, b) vektort ezentúl oszlopvektornak írjuk: $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.

Tehát $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+c \\ b+d \end{bmatrix}$ és $\lambda \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a \\ \lambda b \end{bmatrix}$.

F3.1.5. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. A T fölötti n magas oszlopvektorok az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

alakú „táblázatok”, ahol $a_1, \dots, a_n \in T$.

Általános vektorok

Az (a, b) vektort ezentúl oszlopvektornak írjuk: $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.

Tehát $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+c \\ b+d \end{bmatrix}$ és $\lambda \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a \\ \lambda b \end{bmatrix}$.

F3.1.5. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. A T fölötti n magas oszlopvektorok az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

alakú „táblázatok”, ahol $a_1, \dots, a_n \in T$.

Az összes ilyen oszlopvektorból álló halmaz jele T^n.

Általános vektorok

Az (a, b) vektort ezentúl oszlopvektornak írjuk: $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.

Tehát $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+c \\ b+d \end{bmatrix}$ és $\lambda \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a \\ \lambda b \end{bmatrix}$.

F3.1.5. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. A T fölötti n magas oszlopvektorok az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

alakú „táblázatok”, ahol $a_1, \dots, a_n \in T$.

Az összes ilyen oszlopvektorból álló halmaz jele T^n.

Az n szám a T^n dimenziója.

Általános vektorok

Az (a, b) vektort ezentúl oszlopvektornak írjuk: $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.

Tehát $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+c \\ b+d \end{bmatrix}$ és $\lambda \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a \\ \lambda b \end{bmatrix}$.

F3.1.5. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. A T fölötti n magas oszlopvektorok az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

alakú „táblázatok", ahol $a_1, \dots, a_n \in T$.
Az összes ilyen oszlopvektorból álló halmaz jele T^n.
Az n szám a T^n dimenziója. A sík, azaz $\mathbb{R}^2$ kétdimenziós.

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en
az összeadást

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en
az összeadást

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} =$$

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en az összeadást

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix}$$

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en az összeadást és a λ skalárral szorzást.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix}$$

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en az összeadást és a λ skalárral szorzást.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \text{ és } \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} =$$

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en az összeadást és a λ skalárral szorzást.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \text{ és } \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \dots \\ \lambda a_n \end{bmatrix}$$

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en
az összeadást és a λ skalárral szorzást.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \text{ és } \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \dots \\ \lambda a_n \end{bmatrix}$$

Azaz összeadni és skalárral szorozni komponensenként kell.

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en
az összeadást és a λ skalárral szorzást.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \text{ és } \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \dots \\ \lambda a_n \end{bmatrix}$$

Azaz összeadni és skalárral szorozni komponensenként kell.

A nullvektor

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en az összeadást és a λ skalárral szorzást.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \text{ és } \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \dots \\ \lambda a_n \end{bmatrix}$$

Azaz összeadni és skalárral szorozni komponensenként kell.

A nullvektor $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en az összeadást és a λ skalárral szorzást.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \text{ és } \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \dots \\ \lambda a_n \end{bmatrix}$$

Azaz összeadni és skalárral szorozni komponensenként kell.

A nullvektor $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$

(minden komponens T nulleleme)

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en
az összeadást és a λ skalárral szorzást.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \text{ és } \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \dots \\ \lambda a_n \end{bmatrix}$$

Azaz összeadni és skalárral szorozni komponensenként kell.

A nullvektor $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$ és az ellentett:

(minden komponens T nulleleme)

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en az összeadást és a λ skalárral szorzást.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \text{ és } \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \dots \\ \lambda a_n \end{bmatrix}$$

Azaz összeadni és skalárral szorozni komponensenként kell.

A nullvektor $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$ és az ellentett: $-\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} =$

(minden komponens T nulleleme)

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en az összeadást és a λ skalárral szorzást.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \text{ és } \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \dots \\ \lambda a_n \end{bmatrix}$$

Azaz összeadni és skalárral szorozni komponensenként kell.

A nullvektor $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$ és az ellentett: $-\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} =$

(minden komponens T nulleleme) (komponensenkénti ellentett)

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en az összeadást és a λ skalárral szorzást.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \text{ és } \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \dots \\ \lambda a_n \end{bmatrix}$$

Azaz összeadni és skalárral szorozni komponensenként kell.

A nullvektor $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$ és az ellentett: $-\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 \\ -a_2 \\ \dots \\ -a_n \end{bmatrix}$

(minden komponens T nulleleme) (komponensenkénti ellentett)

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u + v) + w = u + (v + w)$ (az összeadás asszociatív).

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u + v) + w = u + (v + w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u + v = v + u$ (az összeadás kommutatív).

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u + v) + w = u + (v + w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u + v = v + u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u + 0 = 0 + u = u$ (0 a nullvektor).

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u + v) + w = u + (v + w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u + v = v + u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u + 0 = 0 + u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u + (-u) = (-u) + u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u+v)+w = u+(v+w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u+v = v+u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u+0 = 0+u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u+(-u) = (-u)+u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)u = \lambda u + \mu u$.

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u+v)+w = u+(v+w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u+v = v+u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u+0 = 0+u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u+(-u) = (-u)+u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)u = \lambda u + \mu u$.

(6) $\lambda(u+v) = \lambda u + \lambda v$.

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u+v)+w = u+(v+w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u+v = v+u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u+0 = 0+u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u+(-u) = (-u)+u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)u = \lambda u + \mu u$.

(6) $\lambda(u+v) = \lambda u + \lambda v$.

(7) $(\lambda\mu)u = \lambda(\mu u)$.

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u + v) + w = u + (v + w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u + v = v + u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u + 0 = 0 + u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u + (-u) = (-u) + u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

(5) $(\lambda + \mu)u = \lambda u + \mu u$.

(6) $\lambda(u + v) = \lambda u + \lambda v$.

(7) $(\lambda\mu)u = \lambda(\mu u)$.

(8) $1 \cdot u = u$ (ahol 1 a T egységeleme).

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u + v) + w = u + (v + w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u + v = v + u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u + 0 = 0 + u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u + (-u) = (-u) + u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

(5) $(\lambda + \mu)u = \lambda u + \mu u$.

(6) $\lambda(u + v) = \lambda u + \lambda v$.

(7) $(\lambda\mu)u = \lambda(\mu u)$.

(8) $1 \cdot u = u$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot u$

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u+v)+w = u+(v+w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u+v = v+u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u+0 = 0+u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u+(-u) = (-u)+u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)u = \lambda u + \mu u$.

(6) $\lambda(u+v) = \lambda u + \lambda v$.

(7) $(\lambda\mu)u = \lambda(\mu u)$.

(8) $1 \cdot u = u$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot u \qquad = 0,$

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u + v) + w = u + (v + w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u + v = v + u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u + 0 = 0 + u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u + (-u) = (-u) + u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

(5) $(\lambda + \mu)u = \lambda u + \mu u$.

(6) $\lambda(u + v) = \lambda u + \lambda v$.

(7) $(\lambda\mu)u = \lambda(\mu u)$.

(8) $1 \cdot u = u$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot u = \lambda \cdot 0 = 0$,

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u+v)+w = u+(v+w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u+v = v+u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u+0 = 0+u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u+(-u) = (-u)+u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)u = \lambda u + \mu u$.

(6) $\lambda(u+v) = \lambda u + \lambda v$.

(7) $(\lambda\mu)u = \lambda(\mu u)$.

(8) $1 \cdot u = u$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot u = \lambda \cdot 0 = 0$, és ha $\lambda u = 0$,

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u + v) + w = u + (v + w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u + v = v + u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u + 0 = 0 + u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u + (-u) = (-u) + u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

(5) $(\lambda + \mu)u = \lambda u + \mu u$.

(6) $\lambda(u + v) = \lambda u + \lambda v$.

(7) $(\lambda\mu)u = \lambda(\mu u)$.

(8) $1 \cdot u = u$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot u = \lambda \cdot 0 = 0$, és ha $\lambda u = 0$, akkor $\lambda = 0$

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u + v) + w = u + (v + w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u + v = v + u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u + 0 = 0 + u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u + (-u) = (-u) + u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

(5) $(\lambda + \mu)u = \lambda u + \mu u$.

(6) $\lambda(u + v) = \lambda u + \lambda v$.

(7) $(\lambda\mu)u = \lambda(\mu u)$.

(8) $1 \cdot u = u$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot u = \lambda \cdot 0 = 0$, és ha $\lambda u = 0$, akkor $\lambda = 0$ vagy $u = 0$.

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u + v) + w = u + (v + w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u + v = v + u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u + 0 = 0 + u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u + (-u) = (-u) + u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

(5) $(\lambda + \mu)u = \lambda u + \mu u$.

(6) $\lambda(u + v) = \lambda u + \lambda v$.

(7) $(\lambda\mu)u = \lambda(\mu u)$.

(8) $1 \cdot u = u$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot u = \lambda \cdot 0 = 0$, és ha $\lambda u = 0$, akkor $\lambda = 0$ vagy $u = 0$.

Kétféle 0

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat,

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak.

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak. Ezek halmazát $T^{n \times m}$ jelöli.

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak. Ezek halmazát $T^{n \times m}$ jelöli. Így T^n elemei $n \times 1$-es mátrixok.

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak. Ezek halmazát $T^{n\times m}$ jelöli. Így T^n elemei $n \times 1$-es mátrixok. A sorvektorok az $1 \times m$-es mátrixok.

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak. Ezek halmazát $T^{n \times m}$ jelöli. Így T^n elemei $n \times 1$-es mátrixok. A sorvektorok az $1 \times m$-es mátrixok.

Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli,

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak.
Ezek halmazát $T^{n \times m}$ jelöli. Így T^n elemei $n \times 1$-es mátrixok.
A sorvektorok az $1 \times m$-es mátrixok.

Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak. Ezek halmazát $T^{n\times m}$ jelöli. Így T^n elemei $n \times 1$-es mátrixok. A sorvektorok az $1 \times m$-es mátrixok.

Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2\times 3}$,

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak. Ezek halmazát $T^{n \times m}$ jelöli. Így T^n elemei $n \times 1$-es mátrixok. A sorvektorok az $1 \times m$-es mátrixok.

Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2 \times 3}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$.

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak.
Ezek halmazát $T^{n \times m}$ jelöli. Így T^n elemei $n \times 1$-es mátrixok.
A sorvektorok az $1 \times m$-es mátrixok.

Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2 \times 3}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((i+j)) \in T^{2 \times 2}$,

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak. Ezek halmazát $T^{n\times m}$ jelöli. Így T^n elemei $n \times 1$-es mátrixok. A sorvektorok az $1 \times m$-es mátrixok.

Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2\times 3}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((i+j)) \in T^{2\times 2}$, akkor $M = \begin{bmatrix} 1+1 & 1+2 \\ 2+1 & 2+2 \end{bmatrix} =$

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak. Ezek halmazát $T^{n \times m}$ jelöli. Így T^n elemei $n \times 1$-es mátrixok. A sorvektorok az $1 \times m$-es mátrixok.

Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2 \times 3}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((i+j)) \in T^{2 \times 2}$, akkor $M = \begin{bmatrix} 1+1 & 1+2 \\ 2+1 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak.
Ezek halmazát $T^{n\times m}$ jelöli. Így T^n elemei $n \times 1$-es mátrixok.
A sorvektorok az $1 \times m$-es mátrixok.

Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2\times 3}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((i + j)) \in T^{2\times 2}$, akkor $M = \begin{bmatrix} 1+1 & 1+2 \\ 2+1 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{2\times 2}$,

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak. Ezek halmazát $T^{n\times m}$ jelöli. Így T^n elemei $n \times 1$-es mátrixok. A sorvektorok az $1 \times m$-es mátrixok.

Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2\times 3}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((i+j)) \in T^{2\times 2}$, akkor $M = \begin{bmatrix} 1+1 & 1+2 \\ 2+1 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{2\times 2}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \end{bmatrix}$.

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$.

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor $M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M és N összege

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n\times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M mátrix λ-szorosa

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n\times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Definíció

Az $n \times m$-es nullmátrix az a mátrix,

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Definíció

Az $n \times m$-es nullmátrix az a mátrix, melynek minden eleme a T nulleleme.

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Definíció

Az $n \times m$-es nullmátrix az a mátrix, melynek minden eleme a T nulleleme. A nullmátrix jele: 0.

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Definíció

Az $n \times m$-es nullmátrix az a mátrix, melynek minden eleme a T nulleleme. A nullmátrix jele: 0.
Egy $n \times m$-es M mátrix ellentettje az a mátrix,

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n\times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Definíció

Az $n \times m$-es nullmátrix az a mátrix, melynek minden eleme a T nulleleme. A nullmátrix jele: 0.
Egy $n \times m$-es M mátrix ellentettje az a mátrix, melynek minden eleme az M megfelelő elemének ellentettje.

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n\times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Definíció

Az $n \times m$-es nullmátrix az a mátrix, melynek minden eleme
a T nulleleme. A nullmátrix jele: 0.
Egy $n \times m$-es M mátrix ellentettje az a mátrix,
melynek minden eleme az M megfelelő elemének ellentettje.
$M = ((a_{ij}))$ ellentettje $-M = ((-a_{ij}))$

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n\times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Definíció

Az $n \times m$-es nullmátrix az a mátrix, melynek minden eleme
a T nulleleme. A nullmátrix jele: 0.
Egy $n \times m$-es M mátrix ellentettje az a mátrix,
melynek minden eleme az M megfelelő elemének ellentettje.
$M = ((a_{ij}))$ ellentettje $-M = ((-a_{ij})) = (-1)M$.

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n \times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n \times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n \times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M + (-M) = (-M) + M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n \times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M + (-M) = (-M) + M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda + \mu)M = \lambda M + \mu M$.

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n \times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M + (-M) = (-M) + M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda + \mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M + N) = \lambda M + \lambda N$.

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n \times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M + (-M) = (-M) + M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda + \mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M + N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n \times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M + (-M) = (-M) + M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda + \mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M + N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

(8) $1 \cdot M = M$ (ahol 1 a T egységeleme).

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M+N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

(8) $1 \cdot M = M$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot M$

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M+N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

(8) $1 \cdot M = M$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot M \qquad = 0,$

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n \times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M+N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

(8) $1 \cdot M = M$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot M = \lambda \cdot 0 = 0$,

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M+N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

(8) $1 \cdot M = M$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot M = \lambda \cdot 0 = 0$, és ha $\lambda M = 0$,

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M+N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

(8) $1 \cdot M = M$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot M = \lambda \cdot 0 = 0$, és ha $\lambda M = 0$, akkor $\lambda = 0$

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n \times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M + (-M) = (-M) + M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda + \mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M + N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

(8) $1 \cdot M = M$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot M = \lambda \cdot 0 = 0$, és ha $\lambda M = 0$, akkor $\lambda = 0$ vagy $M = 0$.

Sor és oszlop szorzata

Szorzás 2×2-es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} =$$

Sor és oszlop szorzata

Szorzás 2×2-es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \end{bmatrix},$$

Sor és oszlop szorzata

Szorzás 2×2-es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} =$$

Sor és oszlop szorzata

Szorzás 2×2-es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

Sor és oszlop szorzata

Szorzás 2×2-es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} =$$

Sor és oszlop szorzata

Szorzás 2×2-es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Sor és oszlop szorzata

Szorzás 2×2-es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Definíció

Legyen $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix} =$

Sor és oszlop szorzata

Szorzás 2×2-es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax+by \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax+cy \\ bx+dy \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa'+cb' & ac'+cd' \\ ba'+db' & bc'+dd' \end{bmatrix}.$$

Definíció

Legyen $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \ldots & a_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_m \end{bmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \ldots + a_m b_m$.

Sor és oszlop szorzata

Szorzás 2 × 2-es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Definíció

Legyen $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \ldots & a_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_m \end{bmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \ldots + a_m b_m.$

Minden elemet a neki megfelelővel szorozzuk,

Sor és oszlop szorzata

Szorzás 2 × 2-es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Definíció

Legyen $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \ldots & a_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_m \end{bmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \ldots + a_m b_m$.

Minden elemet a neki megfelelővel szorozzuk, majd összeadjuk.

Sor és oszlop szorzata

Szorzás 2 × 2-es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Definíció

Legyen $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \ldots & a_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_m \end{bmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \ldots + a_m b_m.$

Minden elemet a neki megfelelővel szorozzuk, majd összeadjuk.

2×2-es: az első mátrix sorait szoroztuk a második oszlopaival!

A szorzás definíciója

F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme

A szorzás definíciója

F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának

A szorzás definíciója

F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata.

A szorzás definíciója

F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata.

Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van,

A szorzás definíciója

F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata. Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

A szorzás definíciója

F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata.
Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} =$$

A szorzás definíciója

F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata.
Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

A szorzás definíciója

F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata. Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Definíció

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{m\times k}$,

A szorzás definíciója

F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata. Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Definíció

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{m \times k}$, akkor az $MN \in T^{n \times k}$ mátrix i-edik sorának j-edik eleme

A szorzás definíciója

F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata. Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Definíció

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{m \times k}$, akkor az $MN \in T^{n \times k}$ mátrix i-edik sorának j-edik eleme

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \ldots + a_{im}b_{mj} =$$

A szorzás definíciója

F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata.
Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Definíció

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{m \times k}$, akkor az $MN \in T^{n \times k}$ mátrix i-edik sorának j-edik eleme

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \ldots + a_{im}b_{mj} = \sum_{\ell=1}^{m} a_{i\ell}b_{\ell j}.$$

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén
nem kommutatív

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén
nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} =$$

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, ami nem ugyanaz, mint

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, ami nem ugyanaz, mint

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} =$

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, ami nem ugyanaz, mint

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$,

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén
nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, ami nem ugyanaz, mint

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, tehát nem kommutatív.

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, ami nem ugyanaz, mint

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, tehát nem kommutatív.

$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} =$

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén **nem kommutatív** és **nem nullosztómentes**.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$ ami nem ugyanaz, mint

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix},$$ tehát **nem kommutatív**.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén
nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$, ami nem ugyanaz, mint

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$, tehát nem kommutatív.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$, azaz nem nullosztómentes. $\square$

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$, ami nem ugyanaz, mint

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$, tehát nem kommutatív.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$, azaz nem nullosztómentes. $\square$

Általában a leképezések kompozíciója sem kommutatív.

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, ami nem ugyanaz, mint

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, tehát nem kommutatív.

$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, azaz nem nullosztómentes. $\square$

Általában a leképezések kompozíciója sem kommutatív.
Példa (HF): két tengelyes tükrözés

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén
nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$, ami nem ugyanaz, mint

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$, tehát nem kommutatív.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$, azaz nem nullosztómentes. □

Általában a leképezések kompozíciója sem kommutatív.
Példa (HF): két tengelyes tükrözés (ha a tengelyek szöge pl. 60°).

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív.

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$,

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni.

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni.
Azaz ha $M \in T^{n \times m}$,

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$,

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Bizonyítás számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Bizonyítás számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol az i-edik sor j-edik eleme

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Bizonyítás számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol az i-edik sor j-edik eleme 1 ha $i = j$,

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Bizonyítás számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol az i-edik sor j-edik eleme 1 ha $i = j$, és 0 ha $i \neq j$.

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n \times m}$, $N \in T^{m \times k}$, $K \in T^{k \times \ell}$.

Bizonyítás számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol az i-edik sor j-edik eleme 1 ha $i = j$, és 0 ha $i \neq j$. Azaz a főátlóban végig 1 van,

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Bizonyítás számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol az i-edik sor j-edik eleme 1 ha $i = j$, és 0 ha $i \neq j$. Azaz a főátlóban végig 1 van, másutt csupa 0.

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n \times m}$, $N \in T^{m \times k}$, $K \in T^{k \times \ell}$.

Bizonyítás számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol az i-edik sor j-edik eleme 1 ha $i = j$, és 0 ha $i \neq j$. Azaz a főátlóban végig 1 van, másutt csupa 0.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n \times m}$, $N \in T^{m \times k}$, $K \in T^{k \times \ell}$.

Bizonyítás számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol az i-edik sor j-edik eleme 1 ha $i = j$, és 0 ha $i \neq j$. Azaz a főátlóban végig 1 van, másutt csupa 0.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Bizonyítás számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol az i-edik sor j-edik eleme 1 ha $i = j$, és 0 ha $i \neq j$. Azaz a főátlóban végig 1 van, másutt csupa 0.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}.$$

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Bizonyítás számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol az i-edik sor j-edik eleme 1 ha $i = j$, és 0 ha $i \neq j$. Azaz a főátlóban végig 1 van, másutt csupa 0.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}.$$

F2.1.3. Feladat

Ha $M \in T^{n\times n}$, akkor $E_nM = ME_n = M$.

A szorzás szabályai

F2.1.5. Tétel

Ha $M, N, K \in T^{n \times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

A szorzás szabályai

F2.1.5. Tétel

Ha $M, N, K \in T^{n \times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

A szorzás szabályai

F2.1.5. Tétel

Ha $M, N, K \in T^{n\times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

A szorzás szabályai

F2.1.5. Tétel

Ha $M, N, K \in T^{n\times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

A szorzás szabályai

F2.1.5. Tétel

Ha $M, N, K \in T^{n\times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

A szorzás szabályai

F2.1.5. Tétel

Ha $M, N, K \in T^{n\times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) A szorzás asszociatív.

A szorzás szabályai

F2.1.5. Tétel

Ha $M, N, K \in T^{n \times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) A szorzás asszociatív.

(6) Igaz mindkét oldali disztributivitás, azaz
$M(N+K) = MN+MK$ és $(N+K)M = NM+KM$.

A szorzás szabályai

F2.1.5. Tétel

Ha $M, N, K \in T^{n \times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M + (-M) = (-M) + M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) A szorzás asszociatív.

(6) Igaz mindkét oldali disztributivitás, azaz $M(N + K) = MN + MK$ és $(N + K)M = NM + KM$.

(7) Az E_n egységmátrix kétoldali egységelem: $E_n M = ME_n = M$.

A szorzás szabályai

F2.1.5. Tétel

Ha $M, N, K \in T^{n\times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) A szorzás asszociatív.

(6) Igaz mindkét oldali disztributivitás, azaz
$M(N+K) = MN + MK$ és $(N+K)M = NM + KM$.

(7) Az E_n egységmátrix kétoldali egységelem: $E_nM = ME_n = M$.

Továbbá $\lambda(MN) = (\lambda M)N = M(\lambda N)$ is teljesül.

A szorzás szabályai

F2.1.5. Tétel

Ha $M, N, K \in T^{n\times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) A szorzás asszociatív.

(6) Igaz mindkét oldali disztributivitás, azaz
$M(N+K) = MN+MK$ és $(N+K)M = NM+KM$.

(7) Az E_n egységmátrix kétoldali egységelem: $E_nM = ME_n = M$.

Továbbá $\lambda(MN) = (\lambda M)N = M(\lambda N)$ is teljesül.

Bizonyítás: a következő félévben, lineáris transzformációkkal.

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll.

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek
a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek
a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$,

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m \times n}$.

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból $45°$ alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek
a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m \times n}$.
(A két indexet megcseréljük;

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból $45°$ alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek
a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m\times n}$.
(A két indexet megcseréljük; az i-edik sorból i-edik oszlop lesz.)

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m \times n}$.
(A két indexet megcseréljük; az i-edik sorból i-edik oszlop lesz.)

Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T =$$

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m\times n}$.
(A két indexet megcseréljük; az i-edik sorból i-edik oszlop lesz.)

Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix}$$

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m\times n}$.
(A két indexet megcseréljük; az i-edik sorból i-edik oszlop lesz.)

Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}^T =$$

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m\times n}$.
(A két indexet megcseréljük; az i-edik sorból i-edik oszlop lesz.)

Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix}$$

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból $45°$ alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek
a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m\times n}$.
(A két indexet megcseréljük; az i-edik sorból i-edik oszlop lesz.)

Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix}$$

A főátlót piros szín jelöli.

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix **főátlója** a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix **transzponáltja** a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m\times n}$.
(A két indexet megcseréljük; az i-edik sorból i-edik oszlop lesz.)

Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix}$$

A főátlót piros szín jelöli.
Sorvektor transzponáltja oszlopvektor és viszont.

Az inverz definíciója és kiszámítása

Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha $M, N \in T^{n \times n}$, akkor M és N egymás inverzei,

Az inverz definíciója és kiszámítása

Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha $M, N \in T^{n \times n}$, akkor M és N egymás inverzei, ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix).

Az inverz definíciója és kiszámítása

Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha $M, N \in T^{n \times n}$, akkor M és N egymás inverzei, ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

Az inverz definíciója és kiszámítása

Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha $M, N \in T^{n \times n}$, akkor M és N egymás inverzei, ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

$M \in T^{n \times n}$ invertálása Gauss-eliminációval (F3.5.3. Tétel)

Az inverz definíciója és kiszámítása

Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha $M, N \in T^{n\times n}$, akkor M és N egymás inverzei, ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

$M \in T^{n\times n}$ invertálása Gauss-eliminációval (F3.5.3. Tétel)

- $K := [M, E_n] \in T^{n\times 2n}$ (írjuk M mellé az egységmátrixot).

Az inverz definíciója és kiszámítása

Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha $M, N \in T^{n\times n}$, akkor M és N egymás inverzei, ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

$M \in T^{n\times n}$ invertálása Gauss-eliminációval (F3.5.3. Tétel)

- $K := [M, E_n] \in T^{n\times 2n}$ (írjuk M mellé az egységmátrixot).
- Végezzük el a Gauss-eliminációt a K mátrixra úgy, hogy vezéregyest kizárólag a bal oldalon (az első n oszlopban) választhatunk.

Az inverz definíciója és kiszámítása

Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha $M, N \in T^{n\times n}$, akkor M és N egymás inverzei, ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

$M \in T^{n\times n}$ invertálása Gauss-eliminációval (F3.5.3. Tétel)

- $K := [M, E_n] \in T^{n\times 2n}$ (írjuk M mellé az egységmátrixot).
- Végezzük el a Gauss-eliminációt a K mátrixra úgy, hogy vezéregyest kizárólag a bal oldalon (az első n oszlopban) választhatunk.
- Ha keletkezik „tilos” sor (melynek az első fele végig nulla), akkor M nem invertálható.

Az inverz definíciója és kiszámítása

Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha $M, N \in T^{n\times n}$, akkor M és N egymás inverzei, ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

$M \in T^{n\times n}$ invertálása Gauss-eliminációval (F3.5.3. Tétel)

- $K := [M, E_n] \in T^{n\times 2n}$ (írjuk M mellé az egységmátrixot).
- Végezzük el a Gauss-eliminációt a K mátrixra úgy, hogy vezéregyest kizárólag a bal oldalon (az első n oszlopban) választhatunk.
- Ha keletkezik „tilos" sor (melynek az első fele végig nulla), akkor M nem invertálható.
- Egyébként sorcserékkel K bal feléből az egységmátrix lesz.

Az inverz definíciója és kiszámítása

Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha $M, N \in T^{n\times n}$, akkor M és N egymás inverzei,
ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

$M \in T^{n\times n}$ invertálása Gauss-eliminációval (F3.5.3. Tétel)

- $K := [M, E_n] \in T^{n\times 2n}$ (írjuk M mellé az egységmátrixot).
- Végezzük el a Gauss-eliminációt a K mátrixra úgy, hogy vezéregyest kizárólag a bal oldalon (az első n oszlopban) választhatunk.
- Ha keletkezik „tilos” sor (melynek az első fele végig nulla), akkor M nem invertálható.
- Egyébként sorcserékkel K bal feléből az egységmátrix lesz. Ekkor K jobb felén M^{-1} keletkezik: $[M, E_n] \to [E_n, M^{-1}]$.

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$\begin{gathered} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m = b_2 \\ \ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m = b_n \end{gathered}$$

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ &\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned}$$

Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix},$$

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\
&\ldots \\
a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n
\end{aligned}
$$

Definíció

$$
M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_m \end{bmatrix}
$$

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ &\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned}$$

Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_m \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ &\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned}$$

Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_m \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Az M a fenti lineáris egyenletrendszer mátrixa.

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ &\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned}$$

Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_m \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Az M a fenti lineáris egyenletrendszer mátrixa.

Az $Mx = b$ az egyenletrendszer mátrixos alakja

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ &\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned}$$

Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_m \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Az M a fenti lineáris egyenletrendszer mátrixa.

Az $Mx = b$ az egyenletrendszer mátrixos alakja

(az eredeti egyenleteknek egy képletben való, tömör felírása).

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ &\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned}$$

Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_m \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Az M a fenti lineáris egyenletrendszer mátrixa.
Az $Mx = b$ az egyenletrendszer mátrixos alakja
(az eredeti egyenleteknek egy képletben való, tömör felírása).
Ha M négyzetes és invertálható, akkor a megoldás $x = M^{-1}b$.

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Lineáris és homogén lineáris egyenletrendszer (F3.1. szakasz).

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Lineáris és homogén lineáris egyenletrendszer (F3.1. szakasz).
Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett,

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Lineáris és homogén lineáris egyenletrendszer (F3.1. szakasz).
Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett, szorzat, egységmátrix, inverz, transzponált (F2. fejezet).

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Lineáris és homogén lineáris egyenletrendszer (F3.1. szakasz).
Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett, szorzat, egységmátrix, inverz, transzponált (F2. fejezet).

Tételek

A háromszög-egyenlőtlenség (K1.4.3).

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Lineáris és homogén lineáris egyenletrendszer (F3.1. szakasz).
Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett, szorzat, egységmátrix, inverz, transzponált (F2. fejezet).

Tételek

A háromszög-egyenlőtlenség (K1.4.3). Két pont távolsága (K1.4.7).

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Lineáris és homogén lineáris egyenletrendszer (F3.1. szakasz).
Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett, szorzat, egységmátrix, inverz, transzponált (F2. fejezet).

Tételek

A háromszög-egyenlőtlenség (K1.4.3). Két pont távolsága (K1.4.7).
Forgatva nyújtás (K1.4.5),

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Lineáris és homogén lineáris egyenletrendszer (F3.1. szakasz).
Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett, szorzat, egységmátrix, inverz, transzponált (F2. fejezet).

Tételek

A háromszög-egyenlőtlenség (K1.4.3). Két pont távolsága (K1.4.7).
Forgatva nyújtás (K1.4.5), forgatás adott pont körül (K1.4. ábra).

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Lineáris és homogén lineáris egyenletrendszer (F3.1. szakasz).
Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett, szorzat, egységmátrix, inverz, transzponált (F2. fejezet).

Tételek

A háromszög-egyenlőtlenség (K1.4.3). Két pont távolsága (K1.4.7).
Forgatva nyújtás (K1.4.5), forgatás adott pont körül (K1.4. ábra).
Gauss-elimináció, a megoldások leolvasása (F3.1.1. Tétel).

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Lineáris és homogén lineáris egyenletrendszer (F3.1. szakasz).
Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett, szorzat, egységmátrix, inverz, transzponált (F2. fejezet).

Tételek

A háromszög-egyenlőtlenség (K1.4.3). Két pont távolsága (K1.4.7).
Forgatva nyújtás (K1.4.5), forgatás adott pont körül (K1.4. ábra).
Gauss-elimináció, a megoldások leolvasása (F3.1.1. Tétel).
A megoldások, az ismeretlenek és az egyenletek száma közötti összefüggés (általános és homogén eset: F3.1.2. és F3.1.4. Tétel).

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Lineáris és homogén lineáris egyenletrendszer (F3.1. szakasz).
Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett, szorzat, egységmátrix, inverz, transzponált (F2. fejezet).

Tételek

A háromszög-egyenlőtlenség (K1.4.3). Két pont távolsága (K1.4.7).
Forgatva nyújtás (K1.4.5), forgatás adott pont körül (K1.4. ábra).
Gauss-elimináció, a megoldások leolvasása (F3.1.1. Tétel).
A megoldások, az ismeretlenek és az egyenletek száma közötti összefüggés (általános és homogén eset: F3.1.2. és F3.1.4. Tétel).
A mátrixok és vektorok műveleti tulajdonságai (F2. fejezet).

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Lineáris és homogén lineáris egyenletrendszer (F3.1. szakasz).
Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett, szorzat, egységmátrix, inverz, transzponált (F2. fejezet).

Tételek

A háromszög-egyenlőtlenség (K1.4.3). Két pont távolsága (K1.4.7).
Forgatva nyújtás (K1.4.5), forgatás adott pont körül (K1.4. ábra).
Gauss-elimináció, a megoldások leolvasása (F3.1.1. Tétel).
A megoldások, az ismeretlenek és az egyenletek száma közötti összefüggés (általános és homogén eset: F3.1.2. és F3.1.4. Tétel).
A mátrixok és vektorok műveleti tulajdonságai (F2. fejezet).
A nullosztómentesség és a kommutativitás nem teljesül általában.

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Lineáris és homogén lineáris egyenletrendszer (F3.1. szakasz).
Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett, szorzat, egységmátrix, inverz, transzponált (F2. fejezet).

Tételek

A háromszög-egyenlőtlenség (K1.4.3). Két pont távolsága (K1.4.7).
Forgatva nyújtás (K1.4.5), forgatás adott pont körül (K1.4. ábra).
Gauss-elimináció, a megoldások leolvasása (F3.1.1. Tétel).
A megoldások, az ismeretlenek és az egyenletek száma közötti összefüggés (általános és homogén eset: F3.1.2. és F3.1.4. Tétel).
A mátrixok és vektorok műveleti tulajdonságai (F2. fejezet).
A nullosztómentesség és a kommutativitás nem teljesül általában.
Az inverz kiszámítása Gauss-eliminációval (F3.5.3. Tétel).