

Algebra1, normál

ELTE Algebra és Számelmélet Tanszék

Előadó: Kiss Emil
www.cs.elte.hu/~ewkiss
ewwkiss@gmail.com

2. előadás

A polinomok műveleti tulajdonságai

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk:

A polinomok műveleti tulajdonságai

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk:

Tétel (K2.1.6, HF ellenőrizni)

Tetszőleges f, g, h polinomokra érvényesek az alábbiak.

A polinomok műveleti tulajdonságai

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk:

Tétel (K2.1.6, HF ellenőrizni)

Tetszőleges f, g, h polinomokra érvényesek az alábbiak.

(1) $(f + g) + h = f + (g + h)$ (az összeadás **asszociatív**).

A polinomok műveleti tulajdonságai

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk:

Tétel (K2.1.6, HF ellenőrizni)

Tetszőleges f, g, h polinomokra érvényesek az alábbiak.

- (1) $(f + g) + h = f + (g + h)$ (az összeadás **asszociatív**).
- (2) $f + g = g + f$ (az összeadás **kommutatív**).

A polinomok műveleti tulajdonságai

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk:

Tétel (K2.1.6, HF ellenőrizni)

Tetszőleges f, g, h polinomokra érvényesek az alábbiak.

- (1) $(f + g) + h = f + (g + h)$ (az összeadás **asszociatív**).
- (2) $f + g = g + f$ (az összeadás **kommutatív**).
- (3) $f + 0 = 0 + f = f$ (az ilyen tulajdonságú 0 elem a **nullelem**).

A polinomok műveleti tulajdonságai

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk:

Tétel (K2.1.6, HF ellenőrizni)

Tetszőleges f, g, h polinomokra érvényesek az alábbiak.

- (1) $(f + g) + h = f + (g + h)$ (az összeadás **asszociatív**).
- (2) $f + g = g + f$ (az összeadás **kommutatív**).
- (3) $f + 0 = 0 + f = f$ (az ilyen tulajdonságú 0 elem a **nullelem**).
- (4) Minden f -nek van **ellentettje**.

A polinomok műveleti tulajdonságai

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk:

Tétel (K2.1.6, HF ellenőrizni)

Tetszőleges f, g, h polinomokra érvényesek az alábbiak.

- (1) $(f + g) + h = f + (g + h)$ (az összeadás **asszociatív**).
- (2) $f + g = g + f$ (az összeadás **kommutatív**).
- (3) $f + 0 = 0 + f = f$ (az ilyen tulajdonságú 0 elem a **nullelem**).
- (4) Minden f -nek van **ellentettje**.
- (5) $(fg)h = f(gh)$ (a szorzás asszociatív).

A polinomok műveleti tulajdonságai

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk:

Tétel (K2.1.6, HF ellenőrizni)

Tetszőleges f, g, h polinomokra érvényesek az alábbiak.

(1) $(f + g) + h = f + (g + h)$ (az összeadás **asszociatív**).

(2) $f + g = g + f$ (az összeadás **kommutatív**).

(3) $f + 0 = 0 + f = f$ (az ilyen tulajdonságú 0 elem a **nullelem**).

(4) Minden f -nek van **ellentettje**.

(5) $(fg)h = f(gh)$ (a szorzás asszociatív).

(6) $fg = gf$ (a szorzás kommutatív).

A polinomok műveleti tulajdonságai

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk:

Tétel (K2.1.6, HF ellenőrizni)

Tetszőleges f, g, h polinomokra érvényesek az alábbiak.

(1) $(f + g) + h = f + (g + h)$ (az összeadás **asszociatív**).

(2) $f + g = g + f$ (az összeadás **kommutatív**).

(3) $f + 0 = 0 + f = f$ (az ilyen tulajdonságú 0 elem a **nullelem**).

(4) Minden f -nek van **ellentettje**.

(5) $(fg)h = f(gh)$ (a szorzás asszociatív).

(6) $fg = gf$ (a szorzás kommutatív).

(7) $f \cdot 1 = 1 \cdot f = f$ (a konstans 1 polinom **egységelem**).

A polinomok műveleti tulajdonságai

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk:

Tétel (K2.1.6, HF ellenőrizni)

Tetszőleges f, g, h polinomokra érvényesek az alábbiak.

(1) $(f + g) + h = f + (g + h)$ (az összeadás **asszociatív**).

(2) $f + g = g + f$ (az összeadás **kommutatív**).

(3) $f + 0 = 0 + f = f$ (az ilyen tulajdonságú 0 elem a **nullelem**).

(4) Minden f -nek van **ellentettje**.

(5) $(fg)h = f(gh)$ (a szorzás asszociatív).

(6) $fg = gf$ (a szorzás kommutatív).

(7) $f \cdot 1 = 1 \cdot f = f$ (a konstans 1 polinom **egységelem**).

(8) $(f + g)h = fh + gh$ (**disztributivitás**).

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$.

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor
 $f^*(2) = 3 \cdot 2^4$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor

$$f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3$$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor

$$f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2$$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor

$$f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2$$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor
 $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$.

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor

$f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor

$f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha

$$f(x) = (3x^3 + 2x^2 + 1)x + 2 =$$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor

$f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha

$$\begin{aligned} f(x) &= (3x^3 + 2x^2 + 1)x + 2 = \\ &= ((3x^2 + 2x)x + 1)x + 2 = \end{aligned}$$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor

$f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha

$$\begin{aligned} f(x) &= (3x^3 + 2x^2 + 1)x + 2 = \\ &= ((3x^2 + 2x)x + 1)x + 2 = \\ &= ((3x^2 + 2x + 0)x + 1)x + 2 = \end{aligned}$$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor
 $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha

$$\begin{aligned} f(x) &= (3x^3 + 2x^2 + 1)x + 2 = \\ &= ((3x^2 + 2x)x + 1)x + 2 = \\ &= ((3x^2 + 2x + 0)x + 1)x + 2 = \\ &= (((3x + 2)x + 0)x + 1)x + 2. \end{aligned}$$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor

$f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha

$$f(x) = \left(\left((3x + 2)x + 0 \right)x + 1 \right)x + 2.$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(3x^3 + 2x^2 + 1 \right)x + 2 = \\ &= \left((3x^2 + 2x)x + 1 \right)x + 2 = \\ &= \left((3x^2 + 2x + 0)x + 1 \right)x + 2 = \\ &= \left(((3x + 2)x + 0)x + 1 \right)x + 2. \end{aligned}$$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor

$f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha

$f(x) = \left(((3x + 2)x + 0)x + 1 \right)x + 2$. Belülről kifelé:

f együtthatói				

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor

$f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha

$f(x) = \left(\left((3x + 2)x + 0 \right)x + 1 \right)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4				
f együtthatói	3				

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor

$f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha

$f(x) = \left(((3x + 2)x + 0)x + 1 \right)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3			
f együtthatói	3	2			

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor

$f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha

$f(x) = \left(((3x + 2)x + 0)x + 1 \right)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2		
f együtthatói	3	2	0		

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor

$f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha

$f(x) = \left(\left((3x + 2)x + 0 \right)x + 1 \right)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	
f együtthatói	3	2	0	1	

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor

$f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha

$f(x) = \left(((3x + 2)x + 0)x + 1 \right)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
f együtthatói	3	2	0	1	2

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor

$f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha

$f(x) = \left(\left((3x + 2)x + 0 \right)x + 1 \right)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
f együtthatói	3	2	0	1	2
$b = 2$					

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor

$f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha

$f(x) = \left(((3x + 2)x + 0)x + 1 \right)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
f együtthatói	3	2	0	1	2
$b = 2$	3				

Lemásoljuk a főegyütthatót.

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \left(((3x + 2)x + 0)x + 1 \right)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
f együtthatói	3	2	0	1	2
$b = 2$	3				

Lemásoljuk a főegyütthatót. Balról indulva az utoljára kitöltött mezőben talált értéket

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \left(((3x + 2)x + 0)x + 1 \right)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
f együtthatói	3	2	0	1	2
$b = 2$	3				

Lemásoljuk a főegyütthatót. Balról indulva az utoljára kitöltött mezőben talált értéket megszorozzuk $b = 2$ -vel,

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \left(\left((3x + 2)x + 0 \right)x + 1 \right)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
f együtthatói	3	2	0	1	2
$b = 2$	3				

Lemásoljuk a főegyütthatót. Balról indulva az utoljára kitöltött mezőben talált értéket megszorozzuk $b = 2$ -vel, hozzáadjuk a következő, üres mező fölött található együtthatót,

$$3 \cdot 2 + 2$$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \left(((3x + 2)x + 0)x + 1 \right)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
f együtthatói	3	2	0	1	2
$b = 2$	3	8			

Lemásoljuk a főegyütthatót. Balról indulva az utoljára kitöltött mezőben talált értéket megszorozzuk $b = 2$ -vel, hozzáadjuk a következő, üres mező fölött található együtthatót, és az eredményt beírjuk ebbe az üres mezőbe.

$$3 \cdot 2 + 2 = 8$$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \left(((3x + 2)x + 0)x + 1 \right)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
f együtthatói	3	2	0	1	2
$b = 2$	3	8	16		

Lemásoljuk a főegyütthatót. Balról indulva az utoljára kitöltött mezőben talált értéket megszorozzuk $b = 2$ -vel, hozzáadjuk a következő, üres mező fölött található együtthatót, és az eredményt beírjuk ebbe az üres mezőbe.

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \left(((3x + 2)x + 0)x + 1 \right)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
f együtthatói	3	2	0	1	2
$b = 2$	3	8	16	33	

Lemásoljuk a főegyütthatót. Balról indulva az utoljára kitöltött mezőben talált értéket megszorozzuk $b = 2$ -vel, hozzáadjuk a következő, üres mező fölött található együtthatót, és az eredményt beírjuk ebbe az üres mezőbe.

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \left(((3x + 2)x + 0)x + 1 \right)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
f együtthatói	3	2	0	1	2
$b = 2$	3	8	16	33	68

Lemásoljuk a főegyütthatót. Balról indulva az utoljára kitöltött mezőben talált értéket megszorozzuk $b = 2$ -vel, hozzáadjuk a következő, üres mező fölött található együtthatót, és az eredményt beírjuk ebbe az üres mezőbe.

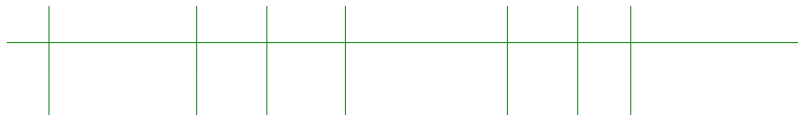
A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig.

A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig.

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$



A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig.

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$

a_n						
-------	--	--	--	--	--	--

A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig.

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	\dots	a_{j+1}				
--	-------	---------	-----------	--	--	--	--

A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig.

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	\dots	a_{j+1}	a_j			
--	-------	---------	-----------	-------	--	--	--

A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig.

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	
--	-------	---------	-----------	-------	---------	-------	--

A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig.

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0
--	-------	---------	-----------	-------	---------	-------	-------

A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0
--	-------	---------	-----------	-------	---------	-------	-------

A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)
- (2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket.

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0

A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)
- (2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket.

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0
b							

A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)
- (2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyütthető alá.

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0
b							

A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)
- (2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$						
	c_{n-1}						

A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)
- (2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.
- (3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$	\dots	c_j	c_j			
	c_{n-1}	\dots	c_j				

A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)
- (2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.
- (3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket megszorozzuk b -vel,

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$	\dots	c_j	c_j			
	c_{n-1}	\dots	c_j				

A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)
- (2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.
- (3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket megszorozzuk b -vel,

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$	\dots	c_j	$c_j b$			
	c_{n-1}	\dots	c_j				

A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)
- (2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.
- (3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket megszorozzuk b -vel, hozzáadjuk a mellette jobbra lévő üres mező fölötti együtthatót,

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$	\dots	c_j	$c_j b$			
	c_{n-1}	\dots	c_j				

A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)
- (2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.
- (3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket megszorozzuk b -vel, hozzáadjuk a mellette jobbra lévő üres mező fölötti együtthatót,

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$	\dots	c_j	$c_j b + a_j =$			
	c_{n-1}	\dots	c_j				

A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)
- (2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.
- (3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket megszorozzuk b -vel, hozzáadjuk a mellette jobbra lévő üres mező fölötti együtthatót, és ezt beírjuk ebbe az üres mezőbe.

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$	\dots	c_j	$c_j b + a_j =$			
	c_{n-1}	\dots	c_j				

A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)
- (2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.
- (3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket megszorozzuk b -vel, hozzáadjuk a mellette jobbra lévő üres mező fölötti együtthatót, és ezt beírjuk ebbe az üres mezőbe.

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$	\dots	c_j	$c_j b + a_j =$			
	c_{n-1}	\dots	c_j	$= c_{j-1}$			

A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)
- (2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.
- (3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket megszorozzuk b -vel, hozzáadjuk a mellette jobbra lévő üres mező fölötti együtthatót, és ezt beírjuk ebbe az üres mezőbe.

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$	\dots	c_j	$c_j b + a_j =$	\dots	c_0	c_0
	c_{n-1}	\dots	c_j	$= c_{j-1}$	\dots	c_0	

A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)
- (2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.
- (3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket megszorozzuk b -vel, hozzáadjuk a mellette jobbra lévő üres mező fölötti együtthatót, és ezt beírjuk ebbe az üres mezőbe.

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$	\dots	c_j	$c_j b + a_j =$	\dots	c_0	$c_0 b$
	c_{n-1}	\dots	c_j	$= c_{j-1}$	\dots	c_0	

A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)
- (2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.
- (3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket megszorozzuk b -vel, hozzáadjuk a mellette jobbra lévő üres mező fölötti együtthatót, és ezt beírjuk ebbe az üres mezőbe.

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$	\dots	c_j	$c_j b + a_j =$	\dots	c_0	$c_0 b + a_0 =$
	c_{n-1}	\dots	c_j	$= c_{j-1}$	\dots	c_0	

A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)
- (2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.
- (3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket megszorozzuk b -vel, hozzáadjuk a mellette jobbra lévő üres mező fölötti együtthatót, és ezt beírjuk ebbe az üres mezőbe.
- (4) Az $f^*(b)$ értékét az alsó sor végéről olvashatjuk le.

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$	\dots	c_j	$c_j b + a_j =$	\dots	c_0	$c_0 b + a_0 =$
	c_{n-1}	\dots	c_j	$= c_{j-1}$	\dots	c_0	

A Horner elrendezés (K2.4)

- (1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)
- (2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.
- (3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket megszorozzuk b -vel, hozzáadjuk a mellette jobbra lévő üres mező fölötti együtthatót, és ezt beírjuk ebbe az üres mezőbe.
- (4) Az $f^*(b)$ értékét az alsó sor végéről olvashatjuk le.

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$	\dots	c_j	$c_j b + a_j =$	\dots	c_0	$c_0 b + a_0 =$
	c_{n-1}	\dots	c_j	$= c_{j-1}$	\dots	c_0	$= f^*(b)$

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0$,

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0$,

a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0
$c_{n-1} = a_n$	\dots	c_j	c_{j-1}	\dots	c_0	B

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0$,

a_n	...	a_{j+1}	a_j	...	a_1	a_0	$c_{j-1} = bc_j + a_j$
$c_{n-1} = a_n$...	c_j	c_{j-1}	...	c_0	B	

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0$,

a_n	...	a_{j+1}	a_j	...	a_1	a_0	$c_{j-1} = bc_j + a_j$
$c_{n-1} = a_n$...	c_j	c_{j-1}	...	c_0	B	$B = bc_0 + a_0$

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0$,

a_n	...	a_{j+1}	a_j	...	a_1	a_0	$c_{j-1} = bc_j + a_j$
$c_{n-1} = a_n$...	c_j	c_{j-1}	...	c_0	B	$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0$.

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0$,

a_n	...	a_{j+1}	a_j	...	a_1	a_0	$c_{j-1} = bc_j + a_j$
$c_{n-1} = a_n$...	c_j	c_{j-1}	...	c_0	B	$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0$,

a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0	$c_{j-1} = bc_j + a_j$
$c_{n-1} = a_n$	\dots	c_j	c_{j-1}	\dots	c_0	B	$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x - b)q(x) + f^*(b)$.

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0$,

a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0	$c_{j-1} = bc_j + a_j$
$c_{n-1} = a_n$	\dots	c_j	c_{j-1}	\dots	c_0	B	$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x - b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0$,

a_n	...	a_{j+1}	a_j	...	a_1	a_0	$c_{j-1} = bc_j + a_j$
$c_{n-1} = a_n$...	c_j	c_{j-1}	...	c_0	B	$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x - b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$(x - b)(c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0) + B$$

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0$,

a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0	$c_{j-1} = bc_j + a_j$
$c_{n-1} = a_n$	\dots	c_j	c_{j-1}	\dots	c_0	B	$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x - b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$\begin{aligned} (x - b)(c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0) + B &= \\ &= c_{n-1} x^n \end{aligned}$$

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0$,

a_n	...	a_{j+1}	a_j	...	a_1	a_0	$c_{j-1} = bc_j + a_j$
$c_{n-1} = a_n$...	c_j	c_{j-1}	...	c_0	B	$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x - b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$\begin{aligned} (x - b)(c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0) + B &= \\ &= c_{n-1} x^n + \dots + (c_{j-1} - bc_j) x^j \end{aligned}$$

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0$,

a_n	...	a_{j+1}	a_j	...	a_1	a_0	$c_{j-1} = bc_j + a_j$
$c_{n-1} = a_n$...	c_j	c_{j-1}	...	c_0	B	$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x - b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$\begin{aligned} (x - b)(c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0) + B &= \\ = c_{n-1} x^n + \dots + (c_{j-1} - bc_j) x^j + \dots + (c_0 - bc_1) x - bc_0 & \end{aligned}$$

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0$,

a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0	$c_{j-1} = bc_j + a_j$
$c_{n-1} = a_n$	\dots	c_j	c_{j-1}	\dots	c_0	B	$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x - b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$\begin{aligned} (x - b)(c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0) + B &= \\ = c_{n-1} x^n + \dots + (c_{j-1} - bc_j) x^j + \dots + (c_0 - bc_1) x - bc_0 + B. \end{aligned}$$

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0$,

a_n	...	a_{j+1}	a_j	...	a_1	a_0	$c_{j-1} = bc_j + a_j$
$c_{n-1} = a_n$...	c_j	c_{j-1}	...	c_0	B	$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x - b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$\begin{aligned} (x - b)(c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0) + B &= \\ &= c_{n-1} x^n + \dots + (c_{j-1} - bc_j) x^j + \dots + (c_0 - bc_1) x - bc_0 + B. \end{aligned}$$

Itt $c_{n-1} = a_n$,

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0$,

a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0	$c_{j-1} = bc_j + a_j$
$c_{n-1} = a_n$	\dots	c_j	c_{j-1}	\dots	c_0	B	$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x - b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$\begin{aligned} (x - b)(c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0) + B &= \\ &= c_{n-1} x^n + \dots + (c_{j-1} - bc_j) x^j + \dots + (c_0 - bc_1) x - bc_0 + B. \end{aligned}$$

Itt $c_{n-1} = a_n$, $c_{j-1} - bc_j = a_j$ ha $1 \leq j < n$,

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0$,

a_n	...	a_{j+1}	a_j	...	a_1	a_0	$c_{j-1} = bc_j + a_j$
$c_{n-1} = a_n$...	c_j	c_{j-1}	...	c_0	B	$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x - b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$\begin{aligned} (x - b)(c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0) + B &= \\ &= c_{n-1} x^n + \dots + (c_{j-1} - bc_j) x^j + \dots + (c_0 - bc_1) x - bc_0 + B. \end{aligned}$$

Itt $c_{n-1} = a_n$, $c_{j-1} - bc_j = a_j$ ha $1 \leq j < n$, $-bc_0 + B = a_0$.

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0$,

a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0	$c_{j-1} = bc_j + a_j$
$c_{n-1} = a_n$	\dots	c_j	c_{j-1}	\dots	c_0	B	$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x - b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$\begin{aligned} (x - b)(c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0) + B &= \\ &= c_{n-1} x^n + \dots + (c_{j-1} - bc_j) x^j + \dots + (c_0 - bc_1) x - bc_0 + B. \end{aligned}$$

Itt $c_{n-1} = a_n$, $c_{j-1} - bc_j = a_j$ ha $1 \leq j < n$, $-bc_0 + B = a_0$.

Tehát ez $f(x)$

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0$,

a_n	...	a_{j+1}	a_j	...	a_1	a_0	$c_{j-1} = bc_j + a_j$
$c_{n-1} = a_n$...	c_j	c_{j-1}	...	c_0	B	$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x - b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$\begin{aligned} (x - b)(c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0) + B &= \\ &= c_{n-1} x^n + \dots + (c_{j-1} - bc_j) x^j + \dots + (c_0 - bc_1) x - bc_0 + B. \end{aligned}$$

Itt $c_{n-1} = a_n$, $c_{j-1} - bc_j = a_j$ ha $1 \leq j < n$, $-bc_0 + B = a_0$.

Tehát ez $f(x)$, azaz $f(x) = (x - b)q(x) + B$.

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0$,

a_n	...	a_{j+1}	a_j	...	a_1	a_0	$c_{j-1} = bc_j + a_j$
$c_{n-1} = a_n$...	c_j	c_{j-1}	...	c_0	B	$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x - b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$\begin{aligned} (x - b)(c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0) + B &= \\ &= c_{n-1} x^n + \dots + (c_{j-1} - bc_j) x^j + \dots + (c_0 - bc_1) x - bc_0 + B. \end{aligned}$$

Itt $c_{n-1} = a_n$, $c_{j-1} - bc_j = a_j$ ha $1 \leq j < n$, $-bc_0 + B = a_0$.

Tehát ez $f(x)$, azaz $f(x) = (x - b)q(x) + B$.

A b -t behelyettesítve $f^*(b) = B$

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \dots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \dots + a_1 x + a_0$,

a_n	\dots	a_{j+1}	a_j	\dots	a_1	a_0	$c_{j-1} = bc_j + a_j$
$c_{n-1} = a_n$	\dots	c_j	c_{j-1}	\dots	c_0	B	$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x - b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$\begin{aligned} (x - b)(c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_j x^j + c_{j-1} x^{j-1} + \dots + c_1 x + c_0) + B &= \\ = c_{n-1} x^n + \dots + (c_{j-1} - bc_j) x^j + \dots + (c_0 - bc_1) x - bc_0 + B. \end{aligned}$$

Itt $c_{n-1} = a_n$, $c_{j-1} - bc_j = a_j$ ha $1 \leq j < n$, $-bc_0 + B = a_0$.

Tehát ez $f(x)$, azaz $f(x) = (x - b)q(x) + B$.

A b -t behelyettesítve $f^*(b) = B$ (hiszen $x - b$ nullává válik). □

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$ alakban,

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) b_1, \dots, b_k számok az f -nek az összes \mathbb{R} -beli gyökei,

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) b_1, \dots, b_k számok az f -nek az összes \mathbb{R} -beli gyökei, és q -nak nincs gyöke \mathbb{R} -ben.

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) b_1, \dots, b_k számok az f -nek az összes \mathbb{R} -beli gyökei, és q -nak nincs gyöke \mathbb{R} -ben.

Bizonyítás

Ha f -nek nincs gyöke \mathbb{R} -ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) b_1, \dots, b_k számok az f -nek az összes \mathbb{R} -beli gyökei, és q -nak nincs gyöke \mathbb{R} -ben.

Bizonyítás

Ha f -nek nincs gyöke \mathbb{R} -ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.

Üres szorzat!

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) b_1, \dots, b_k számok az f -nek az összes \mathbb{R} -beli gyökei, és q -nak nincs gyöke \mathbb{R} -ben.

Bizonyítás

Ha f -nek nincs gyöke \mathbb{R} -ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.

Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1)q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) b_1, \dots, b_k számok az f -nek az összes \mathbb{R} -beli gyökei, és q -nak nincs gyöke \mathbb{R} -ben.

Bizonyítás

Ha f -nek nincs gyöke \mathbb{R} -ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.

Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1)q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).

Ha q_1 -nek van egy b_2 gyöke, akkor $q_1(x) = (x - b_2)q_2(x)$.

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) b_1, \dots, b_k számok az f -nek az összes \mathbb{R} -beli gyökei, és q -nak nincs gyöke \mathbb{R} -ben.

Bizonyítás

Ha f -nek nincs gyöke \mathbb{R} -ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.

Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1)q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).

Ha q_1 -nek van egy b_2 gyöke, akkor $q_1(x) = (x - b_2)q_2(x)$. Stb.

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) b_1, \dots, b_k számok az f -nek az összes \mathbb{R} -beli gyökei, és q -nak nincs gyöke \mathbb{R} -ben.

Bizonyítás

Ha f -nek nincs gyöke \mathbb{R} -ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.

Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1)q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).

Ha q_1 -nek van egy b_2 gyöke, akkor $q_1(x) = (x - b_2)q_2(x)$. Stb.

Végül $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$,

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) b_1, \dots, b_k számok az f -nek az összes \mathbb{R} -beli gyökei, és q -nak nincs gyöke \mathbb{R} -ben.

Bizonyítás

Ha f -nek nincs gyöke \mathbb{R} -ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.

Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1)q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).

Ha q_1 -nek van egy b_2 gyöke, akkor $q_1(x) = (x - b_2)q_2(x)$. Stb.

Végül $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$, ahol q -nak nincs gyöke.

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) b_1, \dots, b_k számok az f -nek az összes \mathbb{R} -beli gyökei, és q -nak nincs gyöke \mathbb{R} -ben.

Bizonyítás

Ha f -nek nincs gyöke \mathbb{R} -ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.

Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1)q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).

Ha q_1 -nek van egy b_2 gyöke, akkor $q_1(x) = (x - b_2)q_2(x)$. Stb.

Végül $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$, ahol q -nak nincs gyöke.

Belátjuk, hogy f -nek nincs más gyöke, mint b_1, \dots, b_k .

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) b_1, \dots, b_k számok az f -nek az összes \mathbb{R} -beli gyökei, és q -nak nincs gyöke \mathbb{R} -ben.

Bizonyítás

Ha f -nek nincs gyöke \mathbb{R} -ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.

Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1)q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).

Ha q_1 -nek van egy b_2 gyöke, akkor $q_1(x) = (x - b_2)q_2(x)$. Stb.

Végül $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$, ahol q -nak nincs gyöke.

Belátjuk, hogy f -nek nincs más gyöke, mint b_1, \dots, b_k .

Valóban, ha $f^*(b) = 0$,

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) b_1, \dots, b_k számok az f -nek az összes \mathbb{R} -beli gyökei, és q -nak nincs gyöke \mathbb{R} -ben.

Bizonyítás

Ha f -nek nincs gyöke \mathbb{R} -ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.

Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1)q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).

Ha q_1 -nek van egy b_2 gyöke, akkor $q_1(x) = (x - b_2)q_2(x)$. Stb.

Végül $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$, ahol q -nak nincs gyöke.

Belátjuk, hogy f -nek nincs más gyöke, mint b_1, \dots, b_k .

Valóban, ha $f^*(b) = 0$, akkor $(b - b_1) \dots (b - b_k)q^*(b) = 0$.

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) b_1, \dots, b_k számok az f -nek az összes \mathbb{R} -beli gyökei, és q -nak nincs gyöke \mathbb{R} -ben.

Bizonyítás

Ha f -nek nincs gyöke \mathbb{R} -ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.

Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1)q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).

Ha q_1 -nek van egy b_2 gyöke, akkor $q_1(x) = (x - b_2)q_2(x)$. Stb.

Végül $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$, ahol q -nak nincs gyöke.

Belátjuk, hogy f -nek nincs más gyöke, mint b_1, \dots, b_k .

Valóban, ha $f^*(b) = 0$, akkor $(b - b_1) \dots (b - b_k)q^*(b) = 0$.

A nullosztómentesség miatt valamelyik tényező nulla.

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) b_1, \dots, b_k számok az f -nek az összes \mathbb{R} -beli gyökei, és q -nak nincs gyöke \mathbb{R} -ben.

Bizonyítás

Ha f -nek nincs gyöke \mathbb{R} -ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.

Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1)q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).

Ha q_1 -nek van egy b_2 gyöke, akkor $q_1(x) = (x - b_2)q_2(x)$. Stb.

Végül $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$, ahol q -nak nincs gyöke.

Belátjuk, hogy f -nek nincs más gyöke, mint b_1, \dots, b_k .

Valóban, ha $f^*(b) = 0$, akkor $(b - b_1) \dots (b - b_k)q^*(b) = 0$.

A nullosztómentesség miatt valamelyik tényező nulla. De

$q^*(b) \neq 0$,

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) b_1, \dots, b_k számok az f -nek az összes \mathbb{R} -beli gyökei, és q -nak nincs gyöke \mathbb{R} -ben.

Bizonyítás

Ha f -nek nincs gyöke \mathbb{R} -ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.

Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1)q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).

Ha q_1 -nek van egy b_2 gyöke, akkor $q_1(x) = (x - b_2)q_2(x)$. Stb.

Végül $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$, ahol q -nak nincs gyöke.

Belátjuk, hogy f -nek nincs más gyöke, mint b_1, \dots, b_k .

Valóban, ha $f^*(b) = 0$, akkor $(b - b_1) \dots (b - b_k)q^*(b) = 0$.

A nullosztómentesség miatt valamelyik tényező nulla. De

$q^*(b) \neq 0$, ezért $b - b_j = 0$ valamelyik j -re.

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) b_1, \dots, b_k számok az f -nek az összes \mathbb{R} -beli gyökei, és q -nak nincs gyöke \mathbb{R} -ben.

Bizonyítás

Ha f -nek nincs gyöke \mathbb{R} -ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.

Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1)q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).

Ha q_1 -nek van egy b_2 gyöke, akkor $q_1(x) = (x - b_2)q_2(x)$. Stb.

Végül $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$, ahol q -nak nincs gyöke.

Belátjuk, hogy f -nek nincs más gyöke, mint b_1, \dots, b_k .

Valóban, ha $f^*(b) = 0$, akkor $(b - b_1) \dots (b - b_k)q^*(b) = 0$.

A nullosztómentesség miatt valamelyik tényező nulla. De

$q^*(b) \neq 0$, ezért $b - b_j = 0$ valamelyik j -re. Azaz $b = b_j$. □

A gyökök száma

Kérdés

Miért ér véget az előző bizonyításban az eljárás?

A gyökök száma

Kérdés

Miért ér véget az előző bizonyításban az eljárás?

Ha $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$, akkor

A gyökök száma

Kérdés

Miért ér véget az előző bizonyításban az eljárás?

Ha $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$, akkor
 $\text{gr}(f) = \text{gr}(x - b_1) + \dots + \text{gr}(x - b_k) + \text{gr}(q)$

A gyökök száma

Kérdés

Miért ér véget az előző bizonyításban az eljárás?

Ha $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$, akkor
 $\text{gr}(f) = \text{gr}(x - b_1) + \dots + \text{gr}(x - b_k) + \text{gr}(q)$
(hiszen szorzásnál a fokok összeadódnak).

A gyökök száma

Kérdés

Miért ér véget az előző bizonyításban az eljárás?

Ha $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$, akkor
 $\text{gr}(f) = \text{gr}(x - b_1) + \dots + \text{gr}(x - b_k) + \text{gr}(q) = k + \text{gr}(q)$
(hiszen szorzásnál a fokok összeadódnak).

A gyökök száma

Kérdés

Miért ér véget az előző bizonyításban az eljárás?

Ha $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$, akkor
 $\text{gr}(f) = \text{gr}(x - b_1) + \dots + \text{gr}(x - b_k) + \text{gr}(q) = k + \text{gr}(q)$
(hiszen szorzásnál a fokok összeadódnak). Így $k \leq \text{gr}(f)$.

A gyökök száma

Kérdés

Miért ér véget az előző bizonyításban az eljárás?

Ha $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$, akkor
 $\text{gr}(f) = \text{gr}(x - b_1) + \dots + \text{gr}(x - b_k) + \text{gr}(q) = k + \text{gr}(q)$
(hiszen szorzásnál a fokok összeadódnak). Így $k \leq \text{gr}(f)$.

Következmény (K2.4.7)

Minden polinomnak legfeljebb annyi gyöke van, mint a foka.

A gyökök száma

Kérdés

Miért ér véget az előző bizonyításban az eljárás?

Ha $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$, akkor
 $\text{gr}(f) = \text{gr}(x - b_1) + \dots + \text{gr}(x - b_k) + \text{gr}(q) = k + \text{gr}(q)$
(hiszen szorzásnál a fokok összeadódnak). Így $k \leq \text{gr}(f)$.

Következmény (K2.4.7)

Minden polinomnak legfeljebb annyi gyöke van, mint a foka.

Házi feladat (K2.4.9)

Mutassuk meg, hogy egy $n > 0$ fokú polinom minden értéket legfeljebb n helyen vehet föl.

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n -edfokú polinom több mint n helyen megegyezik,

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n -edfokú polinom több mint n helyen megegyezik, akkor **egyenlők**

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n -edfokú polinom több mint n helyen megegyezik, akkor **egyenlők** (együtthatóik megegyeznek).

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n -edfokú polinom több mint n helyen megegyezik, akkor **egyenlők** (együtthatóik megegyeznek).

Bizonyítás

Ha f és g megegyezik a c helyen,

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n -edfokú polinom több mint n helyen megegyezik, akkor **egyenlők** (együtthatóik megegyeznek).

Bizonyítás

Ha f és g megegyezik a c helyen, azaz $f^*(c) = g^*(c)$,

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n -edfokú polinom több mint n helyen megegyezik, akkor **egyenlők** (együtthatóik megegyeznek).

Bizonyítás

Ha f és g megegyezik a c helyen, azaz $f^*(c) = g^*(c)$, akkor $(f - g)^*(c) = 0$.

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n -edfokú polinom több mint n helyen megegyezik, akkor **egyenlők** (együtthatóik megegyeznek).

Bizonyítás

Ha f és g megegyezik a c helyen, azaz $f^*(c) = g^*(c)$, akkor $(f - g)^*(c) = 0$. Tehát $f - g$ -nek több, mint n gyöke van.

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n -edfokú polinom több mint n helyen megegyezik, akkor **egyenlők** (együtthatóik megegyeznek).

Bizonyítás

Ha f és g megegyezik a c helyen, azaz $f^*(c) = g^*(c)$, akkor $(f - g)^*(c) = 0$. Tehát $f - g$ -nek több, mint n gyöke van. De foka (ha van), legfeljebb n lehet.

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n -edfokú polinom több mint n helyen megegyezik, akkor **egyenlők** (együtthatóik megegyeznek).

Bizonyítás

Ha f és g megegyezik a c helyen, azaz $f^*(c) = g^*(c)$, akkor $(f - g)^*(c) = 0$. Tehát $f - g$ -nek több, mint n gyöke van. De foka (ha van), legfeljebb n lehet. Ez **ellentmond** annak, hogy egy nem nulla polinomnak legfeljebb annyi gyöke lehet, mint a foka,

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n -edfokú polinom több mint n helyen megegyezik, akkor **egyenlők** (együtthatóik megegyeznek).

Bizonyítás

Ha f és g megegyezik a c helyen, azaz $f^*(c) = g^*(c)$, akkor $(f - g)^*(c) = 0$. Tehát $f - g$ -nek több, mint n gyöke van. De foka (ha van), legfeljebb n lehet. Ez **ellentmond** annak, hogy egy nem nulla polinomnak legfeljebb annyi gyöke lehet, mint a foka, kivéve, ha $f - g = 0$, azaz $f = g$. □

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n -edfokú polinom több mint n helyen megegyezik, akkor **egyenlők** (együtthatóik megegyeznek).

Bizonyítás

Ha f és g megegyezik a c helyen, azaz $f^*(c) = g^*(c)$, akkor $(f - g)^*(c) = 0$. Tehát $f - g$ -nek több, mint n gyöke van. De foka (ha van), legfeljebb n lehet. Ez **ellentmond** annak, hogy egy nem nulla polinomnak legfeljebb annyi gyöke lehet, mint a foka, kivéve, ha $f - g = 0$, azaz $f = g$. □

Következmény (K2.4.11)

Ha az f^* és g^* polinomfüggvények egyenlők, akkor $f = g$.

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n -edfokú polinom több mint n helyen megegyezik, akkor **egyenlők** (együtthatóik megegyeznek).

Bizonyítás

Ha f és g megegyezik a c helyen, azaz $f^*(c) = g^*(c)$, akkor $(f - g)^*(c) = 0$. Tehát $f - g$ -nek több, mint n gyöke van. De foka (ha van), legfeljebb n lehet. Ez **ellentmond** annak, hogy egy nem nulla polinomnak legfeljebb annyi gyöke lehet, mint a foka, kivéve, ha $f - g = 0$, azaz $f = g$. □

Következmény (K2.4.11)

Ha az f^* és g^* polinomfüggvények egyenlők, akkor $f = g$. Vagyis \mathbb{R} fölött $f \mapsto f^*$ kölcsönösen egyértelmű.

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n -edfokú f polinom fölírható $c(x - b_1) \dots (x - b_n)$ alakban, ahol c konstans,

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n -edfokú f polinom fölírható $c(x - b_1) \dots (x - b_n)$ alakban, ahol c konstans, akkor c az f főegyütthatója.

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n -edfokú f polinom fölírható $c(x - b_1) \dots (x - b_n)$ alakban, ahol c konstans, akkor c az f főegyütthatója. Ez az f polinom **gyöktényezős alakja**.

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n -edfokú f polinom fölírható $c(x - b_1) \dots (x - b_n)$ alakban, ahol c konstans, akkor c az f főegyütthatója.

Ez az f polinom **gyöktényezős alakja**.

$$x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x + 1)(x - 2)$$

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n -edfokú f polinom fölírható $c(x - b_1) \dots (x - b_n)$ alakban, ahol c konstans, akkor c az f főegyütthatója.

Ez az f polinom **gyöktényezős alakja**.

$$x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x + 1)(x - 2) = (x + 1)^2(x - 2).$$

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n -edfokú f polinom fölírható $c(x - b_1) \dots (x - b_n)$ alakban, ahol c konstans, akkor c az f főegyütthatója.

Ez az f polinom **gyöktényezős alakja**.

$$x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x + 1)(x - 2) = (x + 1)^2(x - 2).$$

Általában:

$$f(x) = c(x - d_1)^{k_1}(x - d_2)^{k_2} \dots (x - d_m)^{k_m},$$

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n -edfokú f polinom fölírható $c(x - b_1) \dots (x - b_n)$ alakban, ahol c konstans, akkor c az f főegyütthatója.

Ez az f polinom **gyöktényezős alakja**.

$$x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x + 1)(x - 2) = (x + 1)^2(x - 2).$$

Általában:

$$f(x) = c(x - d_1)^{k_1}(x - d_2)^{k_2} \dots (x - d_m)^{k_m},$$

ahol a d_1, \dots, d_m gyökök már **páronként különbözők**.

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n -edfokú f polinom fölírható $c(x - b_1) \dots (x - b_n)$ alakban, ahol c konstans, akkor c az f főegyütthatója.

Ez az f polinom **gyöktényezős alakja**.

$$x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x + 1)(x - 2) = (x + 1)^2(x - 2).$$

Általában:

$$f(x) = c(x - d_1)^{k_1}(x - d_2)^{k_2} \dots (x - d_m)^{k_m},$$

ahol a d_1, \dots, d_m gyökök már **páronként különbözők**.

A k_i a d_i gyök **multiplicitása**.

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n -edfokú f polinom fölírható $c(x - b_1) \dots (x - b_n)$ alakban, ahol c konstans, akkor c az f főegyütthatója.

Ez az f polinom **gyöktényezős alakja**.

$$x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x + 1)(x - 2) = (x + 1)^2(x - 2).$$

Általában:

$$f(x) = c(x - d_1)^{k_1}(x - d_2)^{k_2} \dots (x - d_m)^{k_m},$$

ahol a d_1, \dots, d_m gyökök már **páronként különbözők**.

A k_i a d_i gyök **multiplicitása**. Azaz d_i egy k_i -szoros gyök.

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n -edfokú f polinom fölírható $c(x - b_1) \dots (x - b_n)$ alakban, ahol c konstans, akkor c az f főegyütthatója.

Ez az f polinom **gyöktényezős alakja**.

$$x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x + 1)(x - 2) = (x + 1)^2(x - 2).$$

Általában:

$$f(x) = c(x - d_1)^{k_1}(x - d_2)^{k_2} \dots (x - d_m)^{k_m},$$

ahol a d_1, \dots, d_m gyökök már **páronként különbözők**.

A k_i a d_i gyök **multiplicitása**. Azaz d_i egy k_i -szoros gyök.

Következmény (K, 63. oldal)

$$\text{gr}(f) = k_1 + k_2 + \dots + k_n,$$

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n -edfokú f polinom fölírható $c(x - b_1) \dots (x - b_n)$ alakban, ahol c konstans, akkor c az f főegyütthatója.

Ez az f polinom **gyöktényezős alakja**.

$$x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x + 1)(x - 2) = (x + 1)^2(x - 2).$$

Általában:

$$f(x) = c(x - d_1)^{k_1}(x - d_2)^{k_2} \dots (x - d_m)^{k_m},$$

ahol a d_1, \dots, d_m gyökök már **páronként különbözők**.

A k_i a d_i gyök **multiplicitása**. Azaz d_i egy k_i -szoros gyök.

Következmény (K, 63. oldal)

$\text{gr}(f) = k_1 + k_2 + \dots + k_n$, vagyis az f polinomnak **multiplicitásokkal számolva** n darab gyöke van.

Többszörös gyökök

$$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x + 1)(x - 2) = (x + 1)^2(x - 2).$$

Többszörös gyökök

$$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x + 1)(x - 2) = (x + 1)^2(x - 2).$$

Legyen $g(x) = x - 2$.

Többszörös gyökök

$$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x + 1)(x - 2) = (x + 1)^2(x - 2).$$

Legyen $g(x) = x - 2$. Ekkor $g(-1) \neq 0$.

Többszörös gyökök

$$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x + 1)(x - 2) = (x + 1)^2(x - 2).$$

Legyen $g(x) = x - 2$. Ekkor $g(-1) \neq 0$.

Ezentúl $f^*(b)$ helyett $f(b)$

Többszörös gyökök

$$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x + 1)(x - 2) = (x + 1)^2(x - 2).$$

Legyen $g(x) = x - 2$. Ekkor $g(-1) \neq 0$.

Ezentúl $f^*(b)$ helyett $f(b)$ (de polinom \neq polinomfüggvény).

Többszörös gyökök

$$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x + 1)(x - 2) = (x + 1)^2(x - 2).$$

Legyen $g(x) = x - 2$. Ekkor $g(-1) \neq 0$.

Ezentúl $f^*(b)$ helyett $f(b)$ (de polinom \neq polinomfüggvény).

Definíció (K2.5.5)

Az $f \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak a $b \in \mathbb{R}$ szám **k -szoros gyöke**

Többszörös gyökök

$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x + 1)(x - 2) = (x + 1)^2(x - 2)$.
Legyen $g(x) = x - 2$. Ekkor $g(-1) \neq 0$.

Ezentúl $f^*(b)$ helyett $f(b)$ (de polinom \neq polinomfüggvény).

Definíció (K2.5.5)

Az $f \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak a $b \in \mathbb{R}$ szám **k -szoros gyöke**
(vagyis a b gyök **multiplicitása k**),

Többszörös gyökök

$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x + 1)(x - 2) = (x + 1)^2(x - 2)$.
Legyen $g(x) = x - 2$. Ekkor $g(-1) \neq 0$.

Ezentúl $f^*(b)$ helyett $f(b)$ (de polinom \neq polinomfüggvény).

Definíció (K2.5.5)

Az $f \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak a $b \in \mathbb{R}$ szám **k -szoros gyöke** (vagyis a b gyök **multiplicitása k**), ha $f(x) = (x - b)^k q(x)$,

Többszörös gyökök

$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x + 1)(x - 2) = (x + 1)^2(x - 2)$.
Legyen $g(x) = x - 2$. Ekkor $g(-1) \neq 0$.

Ezentúl $f^*(b)$ helyett $f(b)$ (de polinom \neq polinomfüggvény).

Definíció (K2.5.5)

Az $f \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak a $b \in \mathbb{R}$ szám **k -szoros gyöke** (vagyis a b gyök **multiplicitása k**), ha $f(x) = (x - b)^k q(x)$, ahol a $q \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak b már nem gyöke.

Többszörös gyökök

$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x + 1)(x - 2) = (x + 1)^2(x - 2)$.
Legyen $g(x) = x - 2$. Ekkor $g(-1) \neq 0$.

Ezentúl $f^*(b)$ helyett $f(b)$ (de polinom \neq polinomfüggvény).

Definíció (K2.5.5)

Az $f \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak a $b \in \mathbb{R}$ szám **k -szoros gyöke** (vagyis a b gyök **multiplicitása k**), ha $f(x) = (x - b)^k q(x)$, ahol a $q \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak b már nem gyöke.

Azaz $q(x)$ -ből az $x - b$ gyöktényező már nem emelhető ki.

Többszörös gyökök

$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x + 1)(x - 2) = (x + 1)^2(x - 2)$.
Legyen $g(x) = x - 2$. Ekkor $g(-1) \neq 0$.

Ezentúl $f^*(b)$ helyett $f(b)$ (de polinom \neq polinomfüggvény).

Definíció (K2.5.5)

Az $f \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak a $b \in \mathbb{R}$ szám **k -szoros gyöke** (vagyis a b gyök **multiplicitása k**), ha $f(x) = (x - b)^k q(x)$, ahol a $q \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak b már nem gyöke.

Azaz $q(x)$ -ből az $x - b$ gyöktényező már nem emelhető ki.

A többszörös gyökök sokszor meghatározhatók a **formális deriválás** módszerével (K3.6. szakasz).

Többszörös gyökök

$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x + 1)(x - 2) = (x + 1)^2(x - 2)$.
Legyen $g(x) = x - 2$. Ekkor $g(-1) \neq 0$.

Ezentúl $f^*(b)$ helyett $f(b)$ (de polinom \neq polinomfüggvény).

Definíció (K2.5.5)

Az $f \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak a $b \in \mathbb{R}$ szám **k -szoros gyöke** (vagyis a b gyök **multiplicitása k**), ha $f(x) = (x - b)^k q(x)$, ahol a $q \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak b már nem gyöke.

Azaz $q(x)$ -ből az $x - b$ gyöktényező már nem emelhető ki.

A többszörös gyökök sokszor meghatározhatók a **formális deriválás** módszerével (K3.6. szakasz).

Ez csak az intenzív előadáson szerepel ebben a félévben.

A racionális gyökteszt

A racionális gyökteszt (K3.3.10. Tétel)

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ egész együtthetős polinom.

A racionális gyökteszt

A racionális gyökteszt (K3.3.10. Tétel)

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ egész együtthatós polinom.

Ha a p/q nem egyszerűsíthető tört gyöke f -nek, akkor

A racionális gyökteszt

A racionális gyökteszt (K3.3.10. Tétel)

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ egész együtthatós polinom.

Ha a p/q nem egyszerűsíthető tört gyöke f -nek, **akkor**

$$p \mid a_0$$

A racionális gyökteszt

A racionális gyökteszt (K3.3.10. Tétel)

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ egész együtthatós polinom.

Ha a p/q nem egyszerűsíthető tört gyöke f -nek, **akkor**

$p \mid a_0$ (a számláló osztja f konstans tagját),

A racionális gyökteszt

A racionális gyökteszt (K3.3.10. Tétel)

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ egész együtthatós polinom.

Ha a p/q nem egyszerűsíthető tört gyöke f -nek, **akkor**

$p \mid a_0$ (a számláló osztja f konstans tagját), és

$q \mid a_n$

A racionális gyökteszt

A racionális gyökteszt (K3.3.10. Tétel)

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ egész együtthetős polinom.

Ha a p/q nem egyszerűsíthető tört gyöke f -nek, **akkor**

$p \mid a_0$ (a számláló osztja f konstans tagját), és

$q \mid a_n$ (a nevező osztja f főegyütthetőjét).

A racionális gyökteszt

A racionális gyökteszt (K3.3.10. Tétel)

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ egész együtthetős polinom.

Ha a p/q nem egyszerűsíthető tört gyöke f -nek, **akkor**

$p \mid a_0$ (a számláló osztja f konstans tagját), és

$q \mid a_n$ (a nevező osztja f főegyütthetőjét).

Bizonyítás

$$0 = f(p/q)$$

A racionális gyökteszt

A racionális gyökteszt (K3.3.10. Tétel)

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ egész együtthatós polinom.

Ha a p/q nem egyszerűsíthető tört gyöke f -nek, **akkor**

$p \mid a_0$ (a számláló osztja f konstans tagját), és

$q \mid a_n$ (a nevező osztja f főegyütthatóját).

Bizonyítás

$$0 = f(p/q) = a_0 + a_1(p/q) + \dots + a_{n-1}(p/q)^{n-1} + a_n(p/q)^n.$$

A racionális gyökteszt

A racionális gyökteszt (K3.3.10. Tétel)

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ egész együtthatós polinom.

Ha a p/q nem egyszerűsíthető tört gyöke f -nek, **akkor**

$p \mid a_0$ (a számláló osztja f konstans tagját), és

$q \mid a_n$ (a nevező osztja f főegyütthatóját).

Bizonyítás

$0 = f(p/q) = a_0 + a_1(p/q) + \dots + a_{n-1}(p/q)^{n-1} + a_n(p/q)^n.$
 q^n -nel szorozva

A racionális gyökteszt

A racionális gyökteszt (K3.3.10. Tétel)

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ egész együtthatós polinom.

Ha a p/q nem egyszerűsíthető tört gyöke f -nek, **akkor**

$p \mid a_0$ (a számláló osztja f konstans tagját), és

$q \mid a_n$ (a nevező osztja f főegyütthatóját).

Bizonyítás

$$0 = f(p/q) = a_0 + a_1(p/q) + \dots + a_{n-1}(p/q)^{n-1} + a_n(p/q)^n.$$

$$q^n\text{-nel szorozva } a_0q^n + a_1pq^{n-1} + \dots + a_{n-1}p^{n-1}q + a_np^n = 0.$$

A racionális gyökteszt

A racionális gyökteszt (K3.3.10. Tétel)

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ egész együtthatós polinom.

Ha a p/q nem egyszerűsíthető tört gyöke f -nek, **akkor**

$p \mid a_0$ (a számláló osztja f konstans tagját), és

$q \mid a_n$ (a nevező osztja f főegyütthatóját).

Bizonyítás

$0 = f(p/q) = a_0 + a_1(p/q) + \dots + a_{n-1}(p/q)^{n-1} + a_n(p/q)^n.$

q^n -nel szorozva $a_0q^n + a_1pq^{n-1} + \dots + a_{n-1}p^{n-1}q + a_np^n = 0.$

Mindegyik tag osztható p -vel, kivéve esetleg a legelső.

A racionális gyökteszt

A racionális gyökteszt (K3.3.10. Tétel)

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ egész együtthatós polinom.

Ha a p/q nem egyszerűsíthető tört gyöke f -nek, **akkor**

$p \mid a_0$ (a számláló osztja f konstans tagját), és

$q \mid a_n$ (a nevező osztja f főegyütthatóját).

Bizonyítás

$0 = f(p/q) = a_0 + a_1(p/q) + \dots + a_{n-1}(p/q)^{n-1} + a_n(p/q)^n.$

q^n -nel szorozva $a_0q^n + a_1pq^{n-1} + \dots + a_{n-1}p^{n-1}q + a_np^n = 0.$

Mindegyik tag osztható p -vel, kivéve esetleg a legelsőt.

Mivel $p \mid 0$, ezért a legelső tag is:

A racionális gyökteszt

A racionális gyökteszt (K3.3.10. Tétel)

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ egész együtthatós polinom.

Ha a p/q nem egyszerűsíthető tört gyöke f -nek, **akkor**

$p \mid a_0$ (a számláló osztja f konstans tagját), és

$q \mid a_n$ (a nevező osztja f főegyütthatóját).

Bizonyítás

$0 = f(p/q) = a_0 + a_1(p/q) + \dots + a_{n-1}(p/q)^{n-1} + a_n(p/q)^n.$

q^n -nel szorozva $a_0q^n + a_1pq^{n-1} + \dots + a_{n-1}p^{n-1}q + a_np^n = 0.$

Mindegyik tag osztható p -vel, kivéve esetleg a legelsőt.

Mivel $p \mid 0$, ezért a legelső tag is: $p \mid a_0q^n.$

A racionális gyökteszt

A racionális gyökteszt (K3.3.10. Tétel)

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ egész együtthatós polinom.

Ha a p/q nem egyszerűsíthető tört gyöke f -nek, **akkor**

$p \mid a_0$ (a számláló osztja f konstans tagját), és

$q \mid a_n$ (a nevező osztja f főegyütthatóját).

Bizonyítás

$0 = f(p/q) = a_0 + a_1(p/q) + \dots + a_{n-1}(p/q)^{n-1} + a_n(p/q)^n.$

q^n -nel szorozva $a_0q^n + a_1pq^{n-1} + \dots + a_{n-1}p^{n-1}q + a_np^n = 0.$

Mindegyik tag osztható p -vel, kivéve esetleg a legelsőt.

Mivel $p \mid 0$, ezért a legelső tag is: $p \mid a_0q^n.$

A p/q nem egyszerűsíthető, így p és q relatív prímek.

A racionális gyökteszt

A racionális gyökteszt (K3.3.10. Tétel)

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ egész együtthatós polinom.

Ha a p/q nem egyszerűsíthető tört gyöke f -nek, **akkor**

$p \mid a_0$ (a számláló osztja f konstans tagját), és

$q \mid a_n$ (a nevező osztja f főegyütthatóját).

Bizonyítás

$0 = f(p/q) = a_0 + a_1(p/q) + \dots + a_{n-1}(p/q)^{n-1} + a_n(p/q)^n.$

q^n -nel szorozva $a_0q^n + a_1pq^{n-1} + \dots + a_{n-1}p^{n-1}q + a_np^n = 0.$

Mindegyik tag osztható p -vel, kivéve esetleg a legelsőt.

Mivel $p \mid 0$, ezért a legelső tag is: $p \mid a_0q^n.$

A p/q nem egyszerűsíthető, így p és q relatív prímek.

Tehát $p \mid a_0q^n$ -ből $p \mid a_0$ következik.

A racionális gyökteszt

A racionális gyökteszt (K3.3.10. Tétel)

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ egész együtthatós polinom.

Ha a p/q nem egyszerűsíthető tört gyöke f -nek, **akkor**

$p \mid a_0$ (a számláló osztja f konstans tagját), és

$q \mid a_n$ (a nevező osztja f főegyütthatóját).

Bizonyítás

$0 = f(p/q) = a_0 + a_1(p/q) + \dots + a_{n-1}(p/q)^{n-1} + a_n(p/q)^n.$

q^n -nel szorozva $a_0q^n + a_1pq^{n-1} + \dots + a_{n-1}p^{n-1}q + a_np^n = 0.$

Mindegyik tag osztható p -vel, kivéve esetleg a legelsőt.

Mivel $p \mid 0$, ezért a legelső tag is: $p \mid a_0q^n.$

A p/q nem egyszerűsíthető, így p és q relatív prímek.

Tehát $p \mid a_0q^n$ -ből $p \mid a_0$ következik.

Ugyanezzel a módszerrel kapjuk a $q \mid a_n$ oszthatóságot is. □

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor $p \mid -3$

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor $p \mid -3$ és $q \mid 4$.

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor $p \mid -3$ és $q \mid 4$.
Ezért $p = \pm 1$ vagy

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor $p \mid -3$ és $q \mid 4$.
Ezért $p = \pm 1$ vagy ± 3

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor $p \mid -3$ és $q \mid 4$.
Ezért $p = \pm 1$ vagy ± 3 és $q = \pm 1$,

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor $p \mid -3$ és $q \mid 4$.
Ezért $p = \pm 1$ vagy ± 3 és $q = \pm 1, \pm 2$ vagy

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor $p \mid -3$ és $q \mid 4$.
Ezért $p = \pm 1$ vagy ± 3 és $q = \pm 1, \pm 2$ vagy ± 4 .

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor $p \mid -3$ és $q \mid 4$.

Ezért $p = \pm 1$ vagy ± 3 és $q = \pm 1, \pm 2$ vagy ± 4 .

Így $p/q \in \{\pm 1, \pm 1/2, \pm 1/4, \pm 3, \pm 3/2, \pm 3/4\}$.

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor $p \mid -3$ és $q \mid 4$.

Ezért $p = \pm 1$ vagy ± 3 és $q = \pm 1, \pm 2$ vagy ± 4 .

Így $p/q \in \{\pm 1, \pm 1/2, \pm 1/4, \pm 3, \pm 3/2, \pm 3/4\}$.

Ezeket **végigpróbálgatva** kapjuk, hogy **csak** $-1/2$ racionális gyök.

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor $p \mid -3$ és $q \mid 4$.

Ezért $p = \pm 1$ vagy ± 3 és $q = \pm 1, \pm 2$ vagy ± 4 .

Így $p/q \in \{\pm 1, \pm 1/2, \pm 1/4, \pm 3, \pm 3/2, \pm 3/4\}$.

Ezeket **végigpróbálgatva** kapjuk, hogy **csak** $-1/2$ racionális gyök.

Hornerrel leosztva $f(x) = (x + (1/2))$

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor $p \mid -3$ és $q \mid 4$.

Ezért $p = \pm 1$ vagy ± 3 és $q = \pm 1, \pm 2$ vagy ± 4 .

Így $p/q \in \{\pm 1, \pm 1/2, \pm 1/4, \pm 3, \pm 3/2, \pm 3/4\}$.

Ezeket **végigpróbálgatva** kapjuk, hogy **csak** $-1/2$ racionális gyök.

Hornerrel leosztva $f(x) = (x + (1/2))(4x^3 + 2x^2 - 12x - 6)$.

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor $p \mid -3$ és $q \mid 4$.

Ezért $p = \pm 1$ vagy ± 3 és $q = \pm 1, \pm 2$ vagy ± 4 .

Így $p/q \in \{\pm 1, \pm 1/2, \pm 1/4, \pm 3, \pm 3/2, \pm 3/4\}$.

Ezeket **végigpróbálgatva** kapjuk, hogy **csak** $-1/2$ racionális gyök.

Hornerrel leosztva $f(x) = (x + (1/2))(4x^3 + 2x^2 - 12x - 6)$.

Itt $4x^2 + 2x^2 - 12x - 6$ -nak **csak** $-1/2$ lehet racionális gyöke.

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor $p \mid -3$ és $q \mid 4$.

Ezért $p = \pm 1$ vagy ± 3 és $q = \pm 1, \pm 2$ vagy ± 4 .

Így $p/q \in \{\pm 1, \pm 1/2, \pm 1/4, \pm 3, \pm 3/2, \pm 3/4\}$.

Ezeket **végigpróbálgatva** kapjuk, hogy **csak** $-1/2$ racionális gyök.

Hornerrel leosztva $f(x) = (x + (1/2))(4x^3 + 2x^2 - 12x - 6)$.

Itt $4x^2 + 2x^2 - 12x - 6$ -nak **csak** $-1/2$ lehet racionális gyöke.

Ez tényleg gyök:

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor $p \mid -3$ és $q \mid 4$.

Ezért $p = \pm 1$ vagy ± 3 és $q = \pm 1, \pm 2$ vagy ± 4 .

Így $p/q \in \{\pm 1, \pm 1/2, \pm 1/4, \pm 3, \pm 3/2, \pm 3/4\}$.

Ezeket **végigpróbálgatva** kapjuk, hogy **csak** $-1/2$ racionális gyök.

Hornerrel leosztva $f(x) = (x + (1/2))(4x^3 + 2x^2 - 12x - 6)$.

Itt $4x^2 + 2x^2 - 12x - 6$ -nak **csak** $-1/2$ lehet racionális gyöke.

Ez tényleg gyök: $f(x) = (x + (1/2))^2$

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor $p \mid -3$ és $q \mid 4$.

Ezért $p = \pm 1$ vagy ± 3 és $q = \pm 1, \pm 2$ vagy ± 4 .

Így $p/q \in \{\pm 1, \pm 1/2, \pm 1/4, \pm 3, \pm 3/2, \pm 3/4\}$.

Ezeket **végigpróbálgatva** kapjuk, hogy **csak** $-1/2$ racionális gyök.

Hornerrel leosztva $f(x) = (x + (1/2))(4x^3 + 2x^2 - 12x - 6)$.

Itt $4x^2 + 2x^2 - 12x - 6$ -nak **csak** $-1/2$ lehet racionális gyöke.

Ez tényleg gyök: $f(x) = (x + (1/2))^2 (4x^2 - 12)$.

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor $p \mid -3$ és $q \mid 4$.

Ezért $p = \pm 1$ vagy ± 3 és $q = \pm 1, \pm 2$ vagy ± 4 .

Így $p/q \in \{\pm 1, \pm 1/2, \pm 1/4, \pm 3, \pm 3/2, \pm 3/4\}$.

Ezeket **végigpróbálgatva** kapjuk, hogy **csak** $-1/2$ racionális gyök.

Hornerrel leosztva $f(x) = (x + (1/2))(4x^3 + 2x^2 - 12x - 6)$.

Itt $4x^2 + 2x^2 - 12x - 6$ -nak **csak** $-1/2$ lehet racionális gyöke.

Ez tényleg gyök: $f(x) = (x + (1/2))^2 (4x^2 - 12)$.

Itt $4x^2 - 12 = 4(x^2 - 3) = 4(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$.

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor $p \mid -3$ és $q \mid 4$.

Ezért $p = \pm 1$ vagy ± 3 és $q = \pm 1, \pm 2$ vagy ± 4 .

Így $p/q \in \{\pm 1, \pm 1/2, \pm 1/4, \pm 3, \pm 3/2, \pm 3/4\}$.

Ezeket **végigpróbálgatva** kapjuk, hogy **csak** $-1/2$ racionális gyök.

Hornerrel leosztva $f(x) = (x + (1/2))(4x^3 + 2x^2 - 12x - 6)$.

Itt $4x^2 + 2x^2 - 12x - 6$ -nak **csak** $-1/2$ lehet racionális gyöke.

Ez tényleg gyök: $f(x) = (x + (1/2))^2 (4x^2 - 12)$.

Itt $4x^2 - 12 = 4(x^2 - 3) = 4(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$.

Tehát f gyökei:

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor $p \mid -3$ és $q \mid 4$.

Ezért $p = \pm 1$ vagy ± 3 és $q = \pm 1, \pm 2$ vagy ± 4 .

Így $p/q \in \{\pm 1, \pm 1/2, \pm 1/4, \pm 3, \pm 3/2, \pm 3/4\}$.

Ezeket **végigpróbálgatva** kapjuk, hogy **csak** $-1/2$ racionális gyök.

Hornerrel leosztva $f(x) = (x + (1/2))(4x^3 + 2x^2 - 12x - 6)$.

Itt $4x^2 + 2x^2 - 12x - 6$ -nak **csak** $-1/2$ lehet racionális gyöke.

Ez tényleg gyök: $f(x) = (x + (1/2))^2 (4x^2 - 12)$.

Itt $4x^2 - 12 = 4(x^2 - 3) = 4(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$.

Tehát f gyökei: $-1/2$

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor $p \mid -3$ és $q \mid 4$.

Ezért $p = \pm 1$ vagy ± 3 és $q = \pm 1, \pm 2$ vagy ± 4 .

Így $p/q \in \{\pm 1, \pm 1/2, \pm 1/4, \pm 3, \pm 3/2, \pm 3/4\}$.

Ezeket **végigpróbálgatva** kapjuk, hogy **csak** $-1/2$ racionális gyök.

Hornerrel leosztva $f(x) = (x + (1/2))(4x^3 + 2x^2 - 12x - 6)$.

Itt $4x^2 + 2x^2 - 12x - 6$ -nak **csak** $-1/2$ lehet racionális gyöke.

Ez tényleg gyök: $f(x) = (x + (1/2))^2 (4x^2 - 12)$.

Itt $4x^2 - 12 = 4(x^2 - 3) = 4(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$.

Tehát f gyökei: $-1/2$ (kétszeres),

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor $p \mid -3$ és $q \mid 4$.

Ezért $p = \pm 1$ vagy ± 3 és $q = \pm 1, \pm 2$ vagy ± 4 .

Így $p/q \in \{\pm 1, \pm 1/2, \pm 1/4, \pm 3, \pm 3/2, \pm 3/4\}$.

Ezeket **végigpróbálgatva** kapjuk, hogy **csak** $-1/2$ racionális gyök.

Hornerrel leosztva $f(x) = (x + (1/2))(4x^3 + 2x^2 - 12x - 6)$.

Itt $4x^2 + 2x^2 - 12x - 6$ -nak **csak** $-1/2$ lehet racionális gyöke.

Ez tényleg gyök: $f(x) = (x + (1/2))^2 (4x^2 - 12)$.

Itt $4x^2 - 12 = 4(x^2 - 3) = 4(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$.

Tehát f gyökei: $-1/2$ (kétszeres), $\sqrt{3}$

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor $p \mid -3$ és $q \mid 4$.

Ezért $p = \pm 1$ vagy ± 3 és $q = \pm 1, \pm 2$ vagy ± 4 .

Így $p/q \in \{\pm 1, \pm 1/2, \pm 1/4, \pm 3, \pm 3/2, \pm 3/4\}$.

Ezeket **végigpróbálgatva** kapjuk, hogy **csak** $-1/2$ racionális gyök.

Hornerrel leosztva $f(x) = (x + (1/2))(4x^3 + 2x^2 - 12x - 6)$.

Itt $4x^2 + 2x^2 - 12x - 6$ -nak **csak** $-1/2$ lehet racionális gyöke.

Ez tényleg gyök: $f(x) = (x + (1/2))^2 (4x^2 - 12)$.

Itt $4x^2 - 12 = 4(x^2 - 3) = 4(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$.

Tehát f gyökei: $-1/2$ (kétszeres), $\sqrt{3}$ és $-\sqrt{3}$.

Példa a racionális gyöktesztre

Példa

Határozzuk meg $f(x) = 4x^4 + 4x^3 - 11x^2 - 12x - 3$ gyökeit.

Megoldás

Ha a p/q egyszerűsíthetetlen tört gyök, akkor $p \mid -3$ és $q \mid 4$.

Ezért $p = \pm 1$ vagy ± 3 és $q = \pm 1, \pm 2$ vagy ± 4 .

Így $p/q \in \{\pm 1, \pm 1/2, \pm 1/4, \pm 3, \pm 3/2, \pm 3/4\}$.

Ezeket **végigpróbálgatva** kapjuk, hogy **csak** $-1/2$ racionális gyök.

Hornerrel leosztva $f(x) = (x + (1/2))(4x^3 + 2x^2 - 12x - 6)$.

Itt $4x^3 + 2x^2 - 12x - 6$ -nak **csak** $-1/2$ lehet racionális gyöke.

Ez tényleg gyök: $f(x) = (x + (1/2))^2 (4x^2 - 12)$.

Itt $4x^2 - 12 = 4(x^2 - 3) = 4(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$.

Tehát f gyökei: $-1/2$ (kétszeres), $\sqrt{3}$ és $-\sqrt{3}$.

Gyöktényező alakja $f(x) = 4(x + (1/2))^2(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$.

Binomiális együtthatók

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ különböző módon tudjuk sorba rakni.

Binomiális együtthatók

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ különböző módon tudjuk sorba rakni. Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

Binomiális együtthatók

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ különböző módon tudjuk sorba rakni. Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális. Üres szorzat: $0! = 1$.

Binomiális együtthatók

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ különböző módon tudjuk sorba rakni. Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális. Üres szorzat: $0! = 1$.

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, és ebből k darabot akarunk kiválasztani (a sorrendre való tekintet nélkül), akkor ezt

Binomiális együtthatók

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ különböző módon tudjuk sorba rakni. Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális. Üres szorzat: $0! = 1$.

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, és ebből k darabot akarunk kiválasztani (a sorrendre való tekintet nélkül), akkor ezt

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}$$

különböző módon tehetjük meg.

Binomiális együtthatók

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ különböző módon tudjuk sorba rakni. Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális. Üres szorzat: $0! = 1$.

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, és ebből k darabot akarunk kiválasztani (a sorrendre való tekintet nélkül), akkor ezt

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}$$

különböző módon tehetjük meg. Az itt szereplő kifejezés az „ n alatt a k ” binomiális együttható.

Binomiális együtthatók

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ különböző módon tudjuk sorba rakni. Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális. Üres szorzat: $0! = 1$.

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, és ebből k darabot akarunk kiválasztani (a sorrendre való tekintet nélkül), akkor ezt

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}$$

különböző módon tehetjük meg. Az itt szereplő kifejezés az „ n alatt a k ” binomiális együttható. Megállapodás szerint ennek értéke nulla, ha $k > n$,

Binomiális együtthatók

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ különböző módon tudjuk sorba rakni. Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális. Üres szorzat: $0! = 1$.

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, és ebből k darabot akarunk kiválasztani (a sorrendre való tekintet nélkül), akkor ezt

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}$$

különböző módon tehetjük meg. Az itt szereplő kifejezés az „ n alatt a k ” binomiális együttható. Megállapodás szerint ennek értéke nulla, ha $k > n$, vagy ha $k < 0$.

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a + b)^3$ szorzatot.

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a + b)^3$ szorzatot.

Az $(a + b)(a + b)(a + b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a + b)^3$ szorzatot.

Az $(a + b)(a + b)(a + b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk. A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$, az összes lehetséges kombinációban

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a + b)^3$ szorzatot.

Az $(a + b)(a + b)(a + b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk. A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$, az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag).

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a + b)^3$ szorzatot.

Az $(a + b)(a + b)(a + b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk. A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$, az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag). a^3 csak egyféleképpen keletkezhet:

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a + b)^3$ szorzatot.

Az $(a + b)(a + b)(a + b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk. A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$, az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag). a^3 csak egyféleképpen keletkezhet: ha $u_1 = u_2 = u_3 = a$.

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a + b)^3$ szorzatot.

Az $(a + b)(a + b)(a + b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk. A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$, az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag). a^3 csak egyféleképpen keletkezhet: ha $u_1 = u_2 = u_3 = a$. a^2b úgy keletkezhet, hogy u_1, u_2, u_3 közül kettő a -val egyenlő.

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a + b)^3$ szorzatot.

Az $(a + b)(a + b)(a + b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk. A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$, az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag). a^3 csak egyféleképpen keletkezhet: ha $u_1 = u_2 = u_3 = a$. a^2b úgy keletkezhet, hogy u_1, u_2, u_3 közül kettő a -val egyenlő. Ezt a kettőt $\binom{3}{2} = 3$ -féleképpen választhatjuk ki.

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a + b)^3$ szorzatot.

Az $(a + b)(a + b)(a + b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.

A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$,

az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag).

a^3 csak egyféleképpen keletkezhet: ha $u_1 = u_2 = u_3 = a$.

a^2b úgy keletkezhet, hogy u_1, u_2, u_3 közül kettő a -val egyenlő.

Ezt a kettőt $\binom{3}{2} = 3$ -féleképpen választhatjuk ki.

Hasonlóan ab^2 -ből is három darab lesz,

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a + b)^3$ szorzatot.

Az $(a + b)(a + b)(a + b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.

A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$,

az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag).

a^3 csak egyféleképpen keletkezhet: ha $u_1 = u_2 = u_3 = a$.

a^2b úgy keletkezhet, hogy u_1, u_2, u_3 közül kettő a -val egyenlő.

Ezt a kettőt $\binom{3}{2} = 3$ -féleképpen választhatjuk ki.

Hasonlóan ab^2 -ből is három darab lesz, b^3 -ből pedig egy.

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a + b)^3$ szorzatot.

Az $(a + b)(a + b)(a + b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.

A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$,

az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag).

a^3 csak egyféleképpen keletkezhet: ha $u_1 = u_2 = u_3 = a$.

a^2b úgy keletkezhet, hogy u_1, u_2, u_3 közül kettő a -val egyenlő.

Ezt a kettőt $\binom{3}{2} = 3$ -féleképpen választhatjuk ki.

Hasonlóan ab^2 -ből is három darab lesz, b^3 -ből pedig egy.

A binomiális tétel (K2.2.46, K2.1.4, K2.1.10)

$$(a + b)^n =$$

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a + b)^3$ szorzatot.

Az $(a + b)(a + b)(a + b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.

A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$,

az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag).

a^3 csak egyféleképpen keletkezhet: ha $u_1 = u_2 = u_3 = a$.

a^2b úgy keletkezhet, hogy u_1, u_2, u_3 közül kettő a -val egyenlő.

Ezt a kettőt $\binom{3}{2} = 3$ -féleképpen választhatjuk ki.

Hasonlóan ab^2 -ből is három darab lesz, b^3 -ből pedig egy.

A binomiális tétel (K2.2.46, K2.1.4, K2.1.10)

$$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + b^n$$

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a + b)^3$ szorzatot.

Az $(a + b)(a + b)(a + b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.

A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$,

az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag).

a^3 csak egyféleképpen keletkezhet: ha $u_1 = u_2 = u_3 = a$.

a^2b úgy keletkezhet, hogy u_1, u_2, u_3 közül kettő a -val egyenlő.

Ezt a kettőt $\binom{3}{2} = 3$ -féleképpen választhatjuk ki.

Hasonlóan ab^2 -ből is három darab lesz, b^3 -ből pedig egy.

A binomiális tétel (K2.2.46, K2.1.4, K2.1.10)

$$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + b^n = \sum_{j=0}^n$$

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a + b)^3$ szorzatot.

Az $(a + b)(a + b)(a + b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.

A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$,

az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag).

a^3 csak egyféleképpen keletkezhet: ha $u_1 = u_2 = u_3 = a$.

a^2b úgy keletkezhet, hogy u_1, u_2, u_3 közül kettő a -val egyenlő.

Ezt a kettőt $\binom{3}{2} = 3$ -féleképpen választhatjuk ki.

Hasonlóan ab^2 -ből is három darab lesz, b^3 -ből pedig egy.

A binomiális tétel (K2.2.46, K2.1.4, K2.1.10)

$$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + b^n = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j}$$

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a + b)^3$ szorzatot.

Az $(a + b)(a + b)(a + b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.

A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$,

az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag).

a^3 csak egyféleképpen keletkezhet: ha $u_1 = u_2 = u_3 = a$.

a^2b úgy keletkezhet, hogy u_1, u_2, u_3 közül kettő a -val egyenlő.

Ezt a kettőt $\binom{3}{2} = 3$ -féleképpen választhatjuk ki.

Hasonlóan ab^2 -ből is három darab lesz, b^3 -ből pedig egy.

A binomiális tétel (K2.2.46, K2.1.4, K2.1.10)

$$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + b^n = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} a^{n-j} b^j$$

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a + b)^3$ szorzatot.

Az $(a + b)(a + b)(a + b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.

A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$,

az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag).

a^3 csak egyféleképpen keletkezhet: ha $u_1 = u_2 = u_3 = a$.

a^2b úgy keletkezhet, hogy u_1, u_2, u_3 közül kettő a -val egyenlő.

Ezt a kettőt $\binom{3}{2} = 3$ -féleképpen választhatjuk ki.

Hasonlóan ab^2 -ből is három darab lesz, b^3 -ből pedig egy.

A binomiális tétel (K2.2.46, K2.1.4, K2.1.10)

$$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + b^n = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} a^{n-j} b^j.$$

A 2. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Gyöktényezős alak (K2.5).

A 2. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Gyöktényezős alak (K2.5).

Gyök multiplicitása (K2.5.5).

A 2. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Gyöktényezős alak (K2.5).

Gyök multiplicitása (K2.5.5).

Tételek

A polinomok műveleti tulajdonságai (K2.1.6).

A 2. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Gyöktényezős alak (K2.5).

Gyök multiplicitása (K2.5.5).

Tételek

A polinomok műveleti tulajdonságai (K2.1.6).

A Horner-elrendezés (K2.4.4).

A 2. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Gyöktényezős alak (K2.5).

Gyök multiplicitása (K2.5.5).

Tételek

A polinomok műveleti tulajdonságai (K2.1.6).

A Horner-elrendezés (K2.4.4).

Gyöktényezőik kiemelése egyszerre (K2.4.7).

A 2. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Gyöktényezős alak (K2.5).

Gyök multiplicitása (K2.5.5).

Tételek

A polinomok műveleti tulajdonságai (K2.1.6).

A Horner-elrendezés (K2.4.4).

Gyöktényezők kiemelése egyszerre (K2.4.7).

Polinomnak legfeljebb foknyi számú gyöke van (K2.4.7).

A 2. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Gyöktényezős alak (K2.5).

Gyök multiplicitása (K2.5.5).

Tételek

A polinomok műveleti tulajdonságai (K2.1.6).

A Horner-elrendezés (K2.4.4).

Gyöktényezők kiemelése egyszerre (K2.4.7).

Polinomnak legfeljebb foknyi számú gyöke van (K2.4.7).

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10).

A 2. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Gyöktényezős alak (K2.5).

Gyök multiplicitása (K2.5.5).

Tételek

A polinomok műveleti tulajdonságai (K2.1.6).

A Horner-elrendezés (K2.4.4).

Gyöktényezők kiemelése egyszerre (K2.4.7).

Polinomnak legfeljebb foknyi számú gyöke van (K2.4.7).

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10).

Polinom és polinomfüggvény kapcsolata (K2.4.11).

A 2. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Gyöktényezős alak (K2.5).

Gyök multiplicitása (K2.5.5).

Tételek

A polinomok műveleti tulajdonságai (K2.1.6).

A Horner-elrendezés (K2.4.4).

Gyöktényezők kiemelése egyszerre (K2.4.7).

Polinomnak legfeljebb foknyi számú gyöke van (K2.4.7).

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10).

Polinom és polinomfüggvény kapcsolata (K2.4.11).

A racionális gyökteszt (K3.3.10).

A 2. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Gyöktényezős alak (K2.5).

Gyök multiplicitása (K2.5.5).

Tételek

A polinomok műveleti tulajdonságai (K2.1.6).

A Horner-elrendezés (K2.4.4).

Gyöktényezők kiemelése egyszerre (K2.4.7).

Polinomnak legfeljebb foknyi számú gyöke van (K2.4.7).

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10).

Polinom és polinomfüggvény kapcsolata (K2.4.11).

A racionális gyökteszt (K3.3.10).

A binomiális tétel (K2.2.42).