Bsc algebra1 normál gyakorlat

Második zárthelyi (2013. december 10.)

Mindegyik feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont. A feladatok 6 pontosak, a ZH jegye az összpontszám hatoda. Használni semmilyen segédeszközt nem szabad, kalkulátort, mobiltelefont sem. Minden feladat **új oldalon** kezdődjön. Kérjük, hogy a szerző nevét és NEPTUN-kódját, valamint a gyakorlatvezető nevét **minden lapra OLVASHATÓ nyomtatott betűkkel** írják fel.

1. a) Invertáljuk az $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ mátrixot, és számítsuk ki a determinánsát (4 pont).

b) Határozzuk meg az 5×5-ös determináns definíciójában az $a_{44}a_{23}a_{31}a_{52}a_{15}$ tag előjelét.

2. a) Végezzük el az $x^3 - x^2 + 3 \; : \; 2x^2 - 1$ maradékos osztást (3 pont). **b)** Számítsuk ki a $\Phi_{20}(x)$ körosztási polinomot.

3. Legyen $f(x) = 3x^7 + 210x^5 + 2ax^4 + 100b$. Adjunk meg olyan a és b egészeket, hogy f ne legyen irreducibilis $\mathbb{Z}$ fölött, de teljesüljön rá a Schönemann–Eisenstein-kritérium feltétele.

4. Mennyi a c és d komplex számok értéke, ha az $x^{2013} + 3cx + d$ polinom osztható $x^2 + 4$-gyel?

5. Legyenek a, b, c az $5x^3 - 2x^2 - 3x + 1$ polinom komplex gyökei. Határozzuk meg a gyökök elemi szimmetrikus kifejezéseit (1 pont), a gyökök négyzetösszegét (1 pont), a gyökök reciprokainak összegét (1 pont), valamint a gyökök köbeinek összegét (3 pont).

6. Legyen M az az $(n+1) \times (n+1)$-es mátrix, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $i^j + 2$. Mutassuk meg, hogy M determinánsa osztható $(3n+3)(n!)^2$-nel. Aki $n = 3$-ra megoldja, 3 pontot kap.