

## Bsc algebra1 normál gyakorlat

*Első zárthelyi (2013. október 22.)*

Mindegyik feladatban **indoklás szükséges**, a pusztá eredményért nem jár pont. A feladatok 6 pontosak, a ZH jegye az összpontszám hatoda. Használni semmilyen segédeszközt nem szabad, kalkulátort, mobiltelefont sem. Minden feladat **új oldalon** kezdődjön. Kérjük, hogy a szerző nevét és NEPTUN-kódját, valamint a gyakorlatvezető nevét **minden lapra OLVASHATÓ nyomtatott betűkkel** írják fel.

1. a) Oldjuk meg a  $z^2 - 4z - 3iz + 1 + 5i = 0$  egyenletet  $\mathbb{C}$ -ben. (A komplex négyzetgyökvonást is el kell végezni.)

b) Egyenként soroljuk föl (trigonometrikus alakban) és ábrázoljuk a  $-4 - 4\sqrt{3}i$  szám harmadik gyökeit. Írjuk oda mindegyikhez, hogy hányadik síknegyedbe esik.

2. Írjuk föl a  $2x^3 + 5x^2 + 4x + 1$  polinomot gyöktényezőzős alakban. Egy racionális gyök meghatározásáért 3 pont jár. Adjuk meg mindegyik gyök multiplicitását is.

3. Legyen  $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ . Írjuk fel azon  $N = \begin{pmatrix} x & y \\ u & v \end{pmatrix}$  mátrixok általános alakját, melyekre  $NM - MN = 0$ . Igazoljuk, hogy ha  $x, y, u, v$  egész, akkor szorzatuk osztható 8-cal.

4. Határozzuk meg és ábrázoljuk a  $\operatorname{Re}((4/z) + 1) \leq \operatorname{Im}((4/\bar{z}) - i)$  egyenlőtlenség megoldásainak halmazát a komplex számsíkon.

5. Egy egész együtthatós  $f(x)$  polinomnak két különböző, egész, hatszoros gyöke is van. Hány egész helyen veheti fel maximálisan a 32 értéket? (A maximálisnak gondolt esetre példapolinomot is kell adni.)

6. Keressünk olyan  $\varepsilon \in \mathbb{C}$  egységgyököt, melyre  $o(i\varepsilon) = 2o(\varepsilon) > 20$ . (Az  $o$  rendet jelöl.)