

NÉV: \_\_\_\_\_

ELTE AZONOSÍTÓ: \_\_\_\_\_

**I. rész (30 perc).** Minden teljesen precíz és korrekt válaszáért 1 pont jár, a többiért 0. Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább 7 pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második és harmadik részt ki sem javítjuk.

1. Definiáljuk egy (egyváltozós) polinom fokának a fogalmát. Mely polinomoknak nincs foka?

2. Mondjuk ki a gyöktényezők **egyszerre** való kiemelhetőségéről szóló tételt (beleértve, hogy milyen tulajdonságú gyűrű fölött érvényes).

3. Mondjuk ki azt az azonosságot, amely azt fejezi ki, hogy az abszolút érték a komplex számok körében szorzattartó.

4. Ha  $w_0$  a  $z \neq 0$  komplex szám egyik  $n$ -edik gyöke, akkor ebből hogyan kapható meg  $z$  többi  $n$ -edik gyöke?

5. Mikor teljesül a  $z$  és  $w$  komplex számokra felírt háromszögegyenlőtlenségben **egyenlőség**? (A háromszögegyenlőtlenséget nem kell felírni.)

6. Definiáljuk az  $((a_{ij}))$  mátrix  $a_{23}$  eleméhez tartozó **előjeles** aldetermináns fogalmát.

7. Mondjuk ki a permutációk előjelének szorzástételét.

8. Írjuk föl azt a képletet, amivel az  $n$ -edfokú  $\sum_{i=0}^n a_i x^i$  polinom esetében a gyökök  $\sigma_k$  elemi szimmetrikus polinomjának értéke az együtthatókból leolvasható.

9. Mondjuk ki az első Gauss-lemmát (nem a primitív polinomokról szóló következményét).

10. Adjuk meg  $\mathbb{Z}[x]$  irreducibilis polinomjainak leírását ( $\mathbb{Q}[x]$ -re való visszavezetéssel). A primitív polinom fogalmát nem kell definiálni.