

NÉV: _____

ELTE AZONOSÍTÓ: _____

II. rész (60 perc). Minden válaszáért 0 vagy 1 pont jár (negatív pontszám nincs). Indokolni nem kell. Aki elér legalább 10 pontot (és az I. részből is legalább hetet), annak a dolgozata már legalább elégséges; aki viszont nem éri el a 8 pontot, azé biztosan elégtelen (ez utóbbi esetben a harmadik részt ki sem javítjuk). A többi esetben a vizsga eredményessége a másik két részre kapott pontszámtól függ, a részletek és a ponthatárok a harmadik rész feladatlapján találhatóak.

11. Ha $(x + iy)^7 = 2 - i$, akkor mennyi lesz $(x^2 + y^2)^4$? Az x és y valós számok.

12. Soroljuk föl $1 - i\sqrt{3}$ azon tizedik gyökeit, melyek a harmadik síknegyedbe esnek.

13. Ha z huszadik primitív egységgyök, akkor mennyi $o(z^{-6})$?

14. Melyik komplex számot kapjuk, ha $2z$ -t z körül $+90$ fokkal elforgatjuk?

15. Írjunk föl egy olyan lineáris egyenletrendszer, amelynek egyértelmű megoldása van, de a Cramer-szabály mégsem alkalmazható ennek kiszámítására.

16. Két százszor százás mátrix mindegyikének pontosan 9999 eleme nulla. Hány nem nulla eleme lehet a szorzatuknak?

17. Legyen $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ és $B \in \mathbb{C}^{k \times \ell}$. Milyen feltétel mellett lesz értelmes az $AA^T + B$ kifejezés?

18. Az M mátrix első sorát $3i \in \mathbb{C}$ -vel megszorozzuk. Hogyan változik az inverzében az első sor második eleme?

19. Maximum hány inverzió lehet S_7 egy transzpozíciójában? Adjunk is példát olyan transzpozícióra, amiben ennyi van.

20. Ha $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ és $\det(A) = 2$, akkor mennyi $\det(iA^3)$?

21. Adjunk ellenpéldát a következő állításra. Ha az $f \in \mathbb{C}[x]$ polinomnak az α komplex szám pontosan n -szeres gyöke, akkor $\bar{\alpha}$ is n -szeres gyöke f -nek.

22. Adjunk meg \mathbb{Z}_3 fölött egy olyan hetedfokú polinomot, melyhez tartozó polinomfüggvény azonosan 1.

23. Adjunk példát (egy polinomot és egy gyűrűt), ami azt mutatja, hogy a gyöktényezőik egyszerre való kiemelhetőségéről szóló állítás nem igaz, ha a nullosztómentességet nem tesszük föl.

24. Egy tizedfokú polinom gyöktényezői alakjában mind a tíz gyököt 2-vel megszorozzuk. Hogyan változik az x^7 együtt-hatója?

25. Legyen R szokásos gyűrű. Mit elegendő föltenni a $0 \neq g \in R[x]$ polinomról ahhoz, hogy az $f : g$ maradékos osztás biztosan elvégezhető legyen?

26. Melyik a legkisebb $n > 0$, melyre hamis a következő: „ha egy n -edfokú $f \in \mathbb{Q}[x]$ -nek nincs gyöke \mathbb{Q} -ban, akkor irreducibilis \mathbb{Q} fölött”? Adjunk erre az n -re ellenpélda-polinomot.

27. Adjunk hetedfokú ellenpéldát az alábbira: ha egy \mathbb{Z} feletti polinomra teljesül a Schönemann–Eisenstein-kritérium feltétele akkor az irreducibilis \mathbb{Z} fölött.

28. Mennyi az 31-edik körosztási polinom gyökeinek négyzetösszege?

29. Hány nullosztó van \mathbb{Z}_{24} -ben?

30. Osszuk el maradékosan $x^4 + x^3 + 1$ -et $2x^3 + 1$ -gyel \mathbb{Z}_3 fölött.