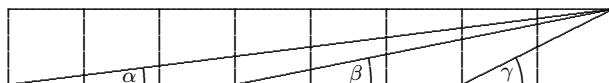


Bsc algebra1 gyakorlat

Negyedik feladatsor (2013. szept. 30 – okt. 9)

- (1.4.9)** Rajzoljuk le a komplex síkon a következő halmazokat: $\{z : \operatorname{Re}(z + 2i) \leq -2\}$, $\{z : \operatorname{Re}(z + 1) \geq \operatorname{Im}(z - 3i)\}$, $\{z : |z - i - 1| \leq 3\}$, $\{z : |z - 3 + 2i| = |z + 4 - i|\}$, $\{z : z + \bar{z} = -1\}$, $\{z : 2z + 5 = 2\bar{z}\}$, $\{z : 1/z = \bar{z}\}$, $\{z : (1/z) + 8 = \bar{z}\}$, $\{z : |z| = iz\}$, $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im}((z - 1)/(z + 1)) = 0\}$, $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}((z - 1)/(z + 1)) = 0\}$.
 - (1.5.22)** Számítsuk ki az n -edik egységgyökök összegét, szorzatát és négyzetösszegét.
 - (1.5.15)** Az $1, -1, i, 1 + i, (1 + i)/\sqrt{2}, \cos(\sqrt{2}\pi) + i \sin(\sqrt{2}\pi), \cos(336^\circ) + i \sin(336^\circ)$ számoknak mennyi a rendje? Melyek egységgyökök? Mely n -ekre lesznek ezek a számok n -edik egységgyökök? És primitív n -edik egységgyökök?
 - (1.5.18)** Ha ε primitív 512-edik egységgyök, mennyi lehet $o(-i\varepsilon)$?
 - (1.5.17)** Mutassuk meg, hogy ha $n > 0$ egész, $\varepsilon \in \mathbb{C}$, és $\varepsilon^n = i$, akkor $4 \mid o(\varepsilon) \neq \infty$.
 - (1.5.19)** Ha ε rendje osztható négygyel, mi lesz $-\varepsilon$ rendje?
 - (2.5.12)** Mutassuk meg, hogy ha két n -edfokú polinom n helyen megegyezik, és a főegyütthatók egyenlők, akkor a polinomok is egyenlők. Írjuk fel $x^n - 1$ gyöktényezősz alakját.
 - (2.5.15*)** Számítsuk ki az egységsugarú körbe írt szabályos n -szög egy csúcsából az összes többi csúcsba húzott szakaszok hosszának szorzatát.
-
- (1.5.20)** Szorozzuk össze a hatodik egységgyököket a negyedik egységgyökökkel az összes lehetséges módon. Hány különböző számot kapunk?
 - (1.5.21)** Igazoljuk, hogy ha az n -edik primitív egységgyököket végigszorozzuk az m -edik primitív egységgyökök mindegyikével, akkor az mn -edik primitív egységgyököket kapjuk, mindegyiket pontosan egyszer. Vezessük le ebből, hogy az Euler-függvény multiplikatív.
 - Mutassuk meg komplex számok segítségével, hogy egy paralelogramma oldalai hosszának négyzetösszege ugyanaz, mint az átlói hosszának négyzetösszege (és fogalmazzuk is meg az ehhez tartozó azonosságot).
 - (1.4.11)** Legyenek z és w különböző komplex számok. Írjuk fel az őket összekötő szakasz felezőpontját, valamint annak a két szabályos háromszögnek a harmadik csúcsát, illetve a középpontját, melyeknek az adott két szám két csúcsa.
 - (1.4.13*)** Írjunk egy háromszög mindegyik oldalára kifelé egy szabályos háromszöget. Igazoljuk, hogy ezek középpontjai szabályos háromszöget alkotnak.
 - (*)** Egy medvesajtos dobozban a hat (60° -os) körcikkből három maradt, amik elmozdulhattak, de úgy, hogy csúcsuk továbbra is a doboz középpontjában van, a három A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3 ív pedig a doboz szélére illeszkedik ebben a sorrendben. Igazoljuk, hogy a B_1A_2, B_2A_3, B_3A_1 szakaszok (tehát nem az ívek!) felezőpontjai szabályos háromszöget alkotnak.
 - (*)** Részlet egy négyzetrácsból. Igazoljuk, hogy $\alpha + \beta + \gamma = 45^\circ$.



- (*)** Milyen alakzatot alkotnak azok a z pontok a komplex számsíkon, melyekre teljesül, hogy $(z - i)/(z - 1)$ negatív valós szám?