Bsc algebra2 normál gyakorlat

Második zárthelyi (2012. május 17.)

Mind a hat feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont, 90 perc áll rendelkezésre a megoldáshoz. Minden feladatot **külön oldalon** kezdjünk. Használni semmilyen segédeszközt nem lehet, kalkulátort, mobiltelefont sem. A zárthelyi alatt nem lehet kimenni a teremből. Minden lapon **OLVASHATÓ NYOMTATOTT NAGYBETŰKKEL** szerepeljen a név, az EHA-kód és a gyakorlatvezető neve (FP vagy KE).

1. Az $(1,1,1)$ és $(x,1,-1)$ szöge $60°$. Mik x lehetséges (valós) értékei?

2. Álljon W azon (x,y,z) pontokból $\mathbb{R}^3$-ben, melyekre $x+2y-z=0$. Adjunk meg egy ortonormált bázist a W altérben, és határozzuk meg a $(2,1,3)$ pont távolságát W-től.

3. Határozzuk meg a $2xy+2z^2$ valós kvadratikus alak (ONB-ben vett) négyzetösszeg alakját és karakterét.

4. Tekintsük $\mathbb{C}^4$-en az

$$A\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\u_3\\u_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}iu_2\\-iu_1\\u_3\\-u_4\end{bmatrix},$$

transzformációt. Vizsgáljuk meg, hogy A diagonalizálható-e **ortonormált** bázisban $\mathbb{C}$ fölött, továbbá, hogy unitér-e, önadjungált-e, és számítsuk ki az $\langle A(v),v\rangle$ skaláris szorzatot abban az esetben, amikor $v=(3,-i,1,2i)^T$.

5. Határozzuk meg a

$$\begin{pmatrix}2&0&1\\0&1&0\\-1&0&0\end{pmatrix}$$

mátrix minimálpolinomját és Jordan-alakját.

6. Abból, hogy az $M\in\mathbb{C}^{n\times n}$ mátrixra $M^*=M^2$, következik-e, hogy $M^4=M$?