

NÉV: \_\_\_\_\_

ELTE AZONOSÍTÓ: \_\_\_\_\_

**I. rész (30 perc).** Minden teljesen precíz és korrekt válaszáért 1 pont jár, a többiért 0. Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább 7 pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második és a harmadik részt ki sem javítjuk.

1. Definiáljuk, mit jelent az, hogy a  $v_1, \dots, v_n$  vektorok generátorrendszer alkotnak a  $T$  test fölötti  $V$  vektortérben. Figyeljünk a megfogalmazásban a **kvantorok helyes használatára**.

2. Definiáljuk a  $V$  vektortér  $U$  és  $W$  altereinek összegét a **halmazos jelöléssel**.

$U + W =$

3. Mondjuk ki az altér dimenziójáról szóló tételt véges dimenziós  $V$  vektortérre, figyelve arra is, hogy mikor állhat egyenlőség.

4. Mondjuk ki a lineáris leképezések előírhatósági tételét.

5. Mondjuk ki a lineáris leképezésekre vonatkozó dimenziótételt (felírva azt is, hogy a leképezés honnan hová képez, és az ezen vektorterekre vonatkozó feltételeket).

6. Legyen  $\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_n)$  és  $\mathbf{c} = (c_1, \dots, c_n)$  két bázis  $V$ -ben, és  $S = ((s_{ij}))$  a bázistranszformáció  $[A]_{\mathbf{c}/\mathbf{c}} = S^{-1}[A]_{\mathbf{b}/\mathbf{b}}S$  képletében szereplő mátrix. Írjuk föl az  $S$  elemeit megadó összefüggést.

7. Hogyan kapcsolódik az  $A$  lineáris transzformáció  $m_A$  minimálpolinomja azokhoz az  $f$  polinomokhoz, melyeknek  $A$  gyöke?

8. Mondjuk ki az adjungált transzformációt a skaláris szorzat segítségével jellemző tételt.

9. Definiáljuk a normális transzformáció fogalmát. Milyen test fölött beszélünk erről?

10. Definiáljuk, mit jelent az, hogy a  $W \leq V$  altér az  $A \in \text{Hom}(V)$  lineáris transzformációnak invariáns altére.