Mat. I. (BSc.) **Algebra2: 3. vizsgadolgozat (normál), I. rész** *2012. jún. 27.*

NÉV: ________________________ ELTE AZONOSÍTÓ: ____________

I. rész (30 perc). *Minden teljesen precíz és korrekt válaszért* 1 *pont jár, a többiért* 0. *Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább* 7 *pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második és a harmadik részt ki sem javítjuk.*

1. Definiáljuk, mit jelent az, hogy a $v_1, \ldots, v_n$ vektorok lineárisan függetlenek a T test fölött. Figyeljünk a logikailag helyes megfogalmazásra.

2. Írjuk föl azt a képletet, amivel a v vektor i-edik koordinátáját a $b_1, \ldots, b_n$ **ortonormált** bázisban $\mathbb{C}$ **fölött** ki lehet számítani.

3. Mondjuk ki az altér dimenziójáról szóló tételt véges dimenziós V vektortérre, figyelve arra is, hogy mikor állhat egyenlőség.

4. Legyen $\dim V = n$ és $\dim W = m$. Mennyi lesz $\dim \mathrm{Hom}(V, W)$?

5. Írjuk föl azt a képletet, amely az $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $B \in \mathrm{Hom}(U, V)$ lineáris leképezések szorzatának mátrixát adja meg, kiírva azt is, hogy mely bázisokban vesszük ezeket a mátrixokat.

6. Definiáljuk az $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ lineáris leképezés $r(A)$ rangját.

$r(A) =$

7. Mondjuk ki a főtengelytételt, figyelve arra is, hogy milyen test fölötti mátrixokról beszélünk.

8. Mondjuk ki az $M \in \mathbb{C}^{n \times n}$ mátrix $\mathbb{C}$ fölötti diagonalizálhatóságát a $\mathbb{C}$ fölötti m_M minimálpolinomjának segítségével jellemző tételt.

9. Írjuk föl képlettel, mit jelent az, hogy egy transzformáció tartja a skaláris szorzatot.

10. Definiáljuk, mit jelent az, hogy a $W \leq V$ altér az $A \in \mathrm{Hom}(V)$ lineáris transzformációnak invariáns altere.