

Bsc algebra1 normál gyakorlat
Második zárthelyi (2012. december 7.)

Mind a nyolc feladatban **indoklás szükséges**, a pusztán eredményért nem jár pont. A ZH érdemjegye az összpontszám hatodának egész része. Használni semmilyen segédeszközt nem szabad, kalkulátort, mobiltelefont sem. A nevet és a kódot **OLVASHATÓ NYOMTATOTT NAGYBETŰKKEL** kérjük beírni.

Név: _____ EHA-kód: _____ Gyakvez: ÁI KE

1. (4 pont) Mi az $a_{5,4}a_{6,1}a_{3,2}a_{1,6}a_{4,5}a_{2,3}$ tag előjele a 6×6 -os determináns definíciójában?

2. (4 pont) Végezzük el az $x^4 + 1 : 2x^2 - 1$ maradékos osztást.

3. (2 + 2 **pont**) Emeljük négyzetre és invertáljuk is az alábbi mátrixot:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. (4 **pont**) Mely c értékekre lesz a $2x^4 + 3x^3 + x^2 - x + c$ polinom gyökeinek négyzetösszege és a gyökök reciprokainak összege egyenlő?

5. (6 **pont**) Bontsuk az $x^6 + 5x^5 + 6x^4 + 3x + 6$ polinomot \mathbb{Q} fölött irreducibilisek szorzatára.

6. (6 pont) Legyen

$$M = \begin{pmatrix} b & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & b & 0 \\ b & b & 4 & b \\ 1 & b & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Számítsuk ki M determinánsát (3 pont), és adjuk meg M inverzében a negyedik sor harmadik elemét abban az esetben, amikor $b = 1$ (3 pont).

7. (6 **pont**) Mennyi a maradék, ha $x^{100} - x^{50} + 1$ -et maradékosan osztjuk $x^2 + x + 1$ -gyel?

8. (6 **pont**) Mi lesz $x^{15} - 1$ és $(x^2 + x + 1)^2$ kitüntetett közös osztója?