

NÉV: _____

ELTE AZONOSÍTÓ: _____

II. rész (60 perc). Minden válaszáért 0 vagy 1 pont jár (negatív pontszám nincs). Indokolni nem kell. Aki elér legalább 10 pontot (és az I. részből is legalább hetet), annak a dolgozata már legalább elégséges; aki viszont nem éri el a 8 pontot, azé biztosan elégtelen (ez utóbbi esetben a harmadik részt ki sem javítjuk). A többi esetben a vizsga eredményessége a másik két részre kapott pontszámtól függ, a részletek és a ponthatárok a harmadik rész feladatlapján találhatóak.

11. Mely z komplex számokra teljesül, hogy minden 1 abszolút értékű $w \in \mathbb{C}$ esetén $\overline{(z/w)} = -zw$?

12. Hány olyan $z \in \mathbb{C}$ szám van, amelynek van közös negyedik gyöke az i -vel?

13. Mennyi $(-1 + i\sqrt{3})^{2012}$ szöge?

14. Hányadik primitív egységgyök lesz a $\cos 252^\circ + i \sin 252^\circ$ szám **négyzete**?

15. Hány megoldása lehet valós fölött egy ötismeretlenes, három egyenletből álló lineáris egyenletrendszernek?

16. Legyen $v = \begin{pmatrix} 2i \\ 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^2$ és $w = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^2$. Számítsuk ki az $iv - (2/i)w$ vektort.

17. Egy 1000×1000 -es M felső háromszögmátrixban minden elem 2-vel egyenlő, ami nincs a főátló alatt. Mennyi az M^5 mátrixban a főátlóbeli elemek összege?

18. A 6×6 -os A mátrix determinánsa 2. Jelölje A_{ij} az i -edik sor j -edik eleméhez tartozó, már **előjelezett** aldeterminánst. Mennyi az $((A_{ij}))$ mátrix determinánsa?

19. Mennyi S_{100} -ban annak a transzpozíciónak az előjele, amely a 23 és a 78 elemeket cseréli ki?

20. Adjunk példát, ami mutatja, hogy a 2×2 -es valós mátrixok gyűrűje nem nullosztómentes.

21. Adjunk példát olyan kilencedfokú, valós együtthatós polinomra, amelynek nem létezik gyöktényezős alakja \mathbb{R} fölött.

22. Adjunk ellenpéldát az alábbi állításra: ha egy $f \in \mathbb{C}[x]$ polinomnak a $z \in \mathbb{C}$ szám négyszeres gyöke, akkor f -nek \bar{z} is négyszeres gyöke.

23. Adjunk meg egy olyan tizedfokú $\mathbb{Z}_5[x]$ fölötti polinomot, amelyhez ugyanaz a polinomfüggvény tartozik \mathbb{Z}_5 fölött, mint $x^9 + 2 \in \mathbb{Z}_5[x]$ -hez.

24. Mennyi lehet x együtthatója egy olyan normált harmadfokú polinomban, melynek 2 és 3 gyöke, és más komplex gyöke nincs?

25. Mi lesz a maradék, ha $x^{2013} + x - 2$ -t osztjuk maradékosan $x - i$ -vel?

26. Mennyi $(x - 1)^6(x - i)^2(x + 2)^4$ és $(x - 1)^4(x + i)^2(x + 2)^6$ kitüntetett közös osztója?

27. Adjunk példát, mely azt mutatja, hogy a Schönemann–Eisenstein-kritérium nem marad érvényben, ha elhagyjuk azt a feltételt, hogy a konstans tag nem osztható p^2 -tel.

28. Adjunk meg egy egész együtthatós polinomot, mely \mathbb{Z} fölött irreducibilis, de \mathbb{R} és \mathbb{Q} fölött nem.

29. Mely $r \in \mathbb{Z}$ esetén irreducibilis $x^2 + rx + 1$ a racionális számok teste fölött?

30. Végezzük el az $x^3 + 1 : x^2 + 1$ maradékos osztást \mathbb{Z}_2 fölött. Mennyi a maradék?