

NÉV: _____

ELTE AZONOSÍTÓ: _____

I. rész (30 perc). Minden teljesen precíz és korrekt válaszáért 1 pont jár, a többiért 0. Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább 7 pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második és harmadik részt ki sem javítjuk.

1. Definiáljuk egy (egyváltozós) polinom fokának a fogalmát. Mely polinomoknak nincs foka?

2. Mondjuk ki a gyöktényezők **egyszerre** való kiemelhetőségéről szóló tételt (beleértve, hogy milyen tulajdonságú gyűrű fölött érvényes).

3. Mikor egyenlők a trigonometrikus alakú $r(\cos \alpha + i \sin \alpha)$ és $s(\cos \beta + i \sin \beta)$ komplex számok?

4. Mikor teljesül a z és w komplex számokra felírt háromszögegyenlőtlenségben **egyenlőség**? (A háromszögegyenlőtlenséget nem kell felírni.)

5. Legyen $M = ((a_{ij})) \in \mathbb{C}^{k \times m}$ és $N = ((b_{ij})) \in \mathbb{C}^{m \times n}$. Írjuk föl az MN szorzatmátrix p -edik sorának q -adik elemét. Figyeljünk az összegezés határaitra is.

6. Írjuk fel az $n \times n$ -es $((a_{ij}))$ determináns utolsó oszlopa szerinti kifejtését. Az i -edik sor j -edik eleméhez tartozó, már **előjelezett** aldeteminánst jelölje A_{ij} .

7. Definiáljuk az f permutáció előjelét.

8. Definiáljuk az n -változós σ_k elemi szimmetrikus polinomot (ami egy n -edfokú polinom gyökeinek és együtthatóinak összefüggésében szerepel). Hány tagja van ennek?

9. Adjuk meg $\mathbb{Z}[x]$ irreducibilis polinomjainak leírását ($\mathbb{Q}[x]$ -re való visszavezetéssel). A primitív polinom fogalmát nem kell definiálni.

10. Jellemezzük az n -edik primitív egységgyököket a hatványaik halmazával.