

NÉV: _____

ELTE AZONOSÍTÓ: _____

II. rész (60 perc). Minden válaszáért 0 vagy 1 pont jár (negatív pontszám nincs). Indokolni nem kell. Aki elér legalább 10 pontot (és az I. részből is legalább hetet), annak a dolgozata már legalább elégséges; aki viszont nem éri el a 8 pontot, azé biztosan elégtelen (ez utóbbi esetben a harmadik részt ki sem javítjuk). A többi esetben a vizsga eredményessége a másik két részre kapott pontszámtól függ, a részletek és a ponthatárok a harmadik rész feladatlapján találhatóak.

11. Milyen $z \in \mathbb{C}$ esetén lesz $z\bar{z} - |z^2| - z + \bar{z}$ képzetes része 0?

12. Hány 2013-adik egységgyöknek negatív a valós része?

13. Ha $z \neq 0$ szöge 13° , akkor mennyi $13z^2 / \bar{z}^3$ szöge?

14. Mennyi $\cos 276^\circ + i \sin 276^\circ$ rendje?

15. Egy háromismeretlenes, öt egyenletből álló lineáris egyenletrendszernek pontosan egy megoldása van. Hány szabad változó lehet? (Minden lehetséges értéket soroljunk fel.)

16. Ha $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ és $w = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, akkor mennyi vw^T ?

17. Ha $M, N \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$, $\det(M) = 1 + i$ és $\det(N) = 2$, akkor mennyi $\det(2N^T M^{-2})$ **képzetes része**?

18. A 6×6 -os M mátrix negyedik sorában a második elemhez tartozó nem előjelezett aldetermináns értéke 2, és $\det(M) = 5$. Az M^{-1} melyik elemét tudjuk ebből meghatározni, és az mennyi?

19. Melyik az a legkisebb n egész, amelyre igaz a következő állítás: tetszőleges 2×2 -es determináns nullává tehető úgy, hogy n darab alkalmas elemének helyére nullát írunk.

20. Ha M és N rangja 1, akkor mennyi lehet $M + N$ rangja?

21. A valós együtthatós $x^3 + px^2 + q$ polinomnak gyöke az $1 + i$.
Mennyi p ?

22. Legyen $f(x) = x^2 + 3 \in \mathbb{Z}_5[x]$ és $g(x) = 4f(x) + 2x^2 + 1$. Miért nem jó példa f és g két olyan különböző polinomra, amelyekhez tartozó polinomfüggvény egyenlő?

23. Az $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ polinomnak az 1 szám háromszoros gyöke. Mennyi $3a - c$?

24. Ha egy másodfokú polinomot osztunk maradékosan egy negyedfokúval, mik a maradék fokának lehetséges értékei?

25. Mely $c \in \mathbb{C}$ esetén irreducibilis $(c^2 - 1)x^2 + (c - 1)x + 1$ **komplex** fölött?

26. Legyen $f(x) = 2x^6 + 180x^4 + 540x + 45n$. Keressünk olyan páros n egészet, hogy teljesüljön a Schönemann–Eisenstein-kritérium feltétele az f polinomra.

27. Adjunk meg egy egész együtthatós polinomot, mely \mathbb{Q} fölött irreducibilis, de \mathbb{Z} fölött nem.

28. Adjunk példát olyan normált, másodfokú polinomra \mathbb{Z}_6 fölött, melynek négy gyöke van.

29. Bontsuk \mathbb{Z}_5 fölött irreducibilisek szorzatára az $x^3 + 4x^2 + 2$ polinomot.

30. Hány különböző valós gyöke van az $x^3 - 12x + 16$ polinomnak? Emlékeztetőül Cardano képlete:

$$\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$