

NÉV: _____

ELTE AZONOSÍTÓ: _____

II. rész (60 perc). Minden válaszáért 0 vagy 1 pont jár (negatív pontszám nincs). Indokolni nem kell. Aki elér legalább 10 pontot (és az I. részből is legalább hetet), annak a dolgozata már legalább elégséges; aki viszont nem éri el a 8 pontot, azé biztosan elégtelen (ez utóbbi esetben a harmadik részt ki sem javítjuk). A többi esetben a vizsga eredményessége a másik két részre kapott pontszámtól függ, a részletek és a ponthatárok a harmadik rész feladatlapján található.

11. Ha $z \in \mathbb{C}$, akkor mennyi $i - 1 + \operatorname{Im}(\overline{\operatorname{Im}(z + i - 1)})$?

12. Adjunk nem valós példát, ami mutatja, hogy a $|z + w| = |z| + |w|$ azonosság nem igaz \mathbb{C} -ben.

13. Ha $z \neq 0$ tisztán képzetes, akkor mennyi lehet $z(1 - i)$ szöge? Minden lehetséges értéket soroljunk fel.

14. Hányadik primitív egységgyök lesz $\cos 176^\circ + i \sin 176^\circ$?

15. Egy három ismeretlenes, öt egyenletből álló lineáris egyenletrendszernek végtelen sok megoldása van. Hány kötött változó lehet? (Minden lehetséges értéket soroljunk fel.)

16. Ha $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ és $w = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, akkor mennyi $3v - 5w$?

17. Ha $M \in \mathbb{R}^{k \times 5}$, akkor milyen k pozitív egészekre értelmes az $M^T M$ kifejezés?

18. A 6×6 -os M mátrix utolsó sorában az utolsó előtti elemhez tartozó nem előjelezett aldetemináns 3, és $\det(M) = 4$. Az M^{-1} melyik elemét tudjuk ebből meghatározni, és az mennyi?

19. Melyik az a legkisebb n egész, amelyre igaz a következő állítás: ha egy 4×4 -es determinánsnak n eleme nulla, akkor a determináns értéke is nulla.

20. Ha M rangja 2 és N rangja 3, akkor mennyi lehet MN rangja?

21. Adjuk meg az összes olyan normált, hatodfokú, valós együtthatós polinomot, melynek $1 - i$ és $1 - 2i$ is gyöke, és van legalább kétszeres gyöke.

22. Adjunk példát olyan $f \neq g \in \mathbb{Z}_5[x]$ polinomokra, melyekhez egyenlő polinomfüggvény tartozik.

23. Egy tizedfokú, normált polinom minden gyökét a kétszeresére változtatjuk. Hogyan változik a kapott normált polinom konstans tagja?

24. Mi lehet a főegyütthatója egy olyan polinomnak, amellyel minden más polinom maradékosan elosztható $\mathbb{Z}[x]$ -ben?

25. Mely $c \in \mathbb{R}$ esetén irreducibilis $cx^6 + cx + 1$ **valós** fölött?

26. Legyen $f(x) = 5x^6 + 180x^4 + 540x + 4n$. Keressünk olyan páros n egészet, hogy teljesüljön a Schönemann–Eisenstein-kritérium feltétele az f polinomra.

27. Adjunk meg egy egész együtthatós polinomot, mely \mathbb{Z} fölött irreducibilis, de \mathbb{Q} fölött nem.

28. Adjunk példát két olyan negyedfokú polinomra \mathbb{Z}_{15} fölött, melyek szorzata negyedfokú.

29. Bontsuk \mathbb{Z}_3 fölött irreducibilisek szorzatára az $x^3 + x + 1$ polinomot.

30. Hány valós gyöke van az $x^3 - 9x + 4$ polinomnak? Emlékeztetőül Cardano képlete:

$$\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$