

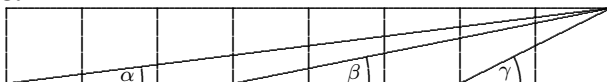
## Bsc algebra1 gyakorlat

Negyedik feladatsor (2012. október 2-5)

- (1.4.9)** Rajzoljuk le a komplex síkon a következő halmazokat:  $\{z : \operatorname{Re}(z + 2i) \leq -2\}$ ,  $\{z : \operatorname{Re}(z + 1) \geq \operatorname{Im}(z - 3i)\}$ ,  $\{z : |z - i - 1| \leq 3\}$ ,  $\{z : |z - 3 + 2i| = |z + 4 - i|\}$ ,  $\{z : z + \bar{z} = -1\}$ ,  $\{z : 2z + 5 = 2\bar{z}\}$ ,  $\{z : 1/z = \bar{z}\}$ ,  $\{z : (1/z) + 8 = \bar{z}\}$ ,  $\{z : |z| = iz\}$ ,  $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im}((z - 1)/(z + 1)) = 0\}$ ,  $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}((z - 1)/(z + 1)) = 0\}$ .
- (1.5.20)** Szorozzuk össze a hatodik egységgyököket a negyedik egységgyökökkel az összes lehetséges módon. Hány különböző számot kapunk?
- (1.5.22)** Számítsuk ki az  $n$ -edik egységgyökök összegét, szorzatát és négyzetösszegét.
- (2.5.12)** Mutassuk meg, hogy ha két  $n$ -edfokú komplex együtthatós polinom  $n$  (komplex) helyen megegyezik, és a főegyütthatóik egyenlők, akkor a polinomok is egyenlők. Írjuk fel ennek alapján az  $x^n - 1$  polinom gyöktényezői alakját.
- (2.5.15\*)** Számítsuk ki az egységsugarú körbe írt szabályos  $n$ -szög egy csúcsából az összes többi csúcsba húzott szakaszok hosszának szorzatát.

### Geometria-feladatok

- Mutassuk meg komplex számok segítségével, hogy egy paralelogramma oldalai hosszának négyzetösszege ugyanaz, mint az átlói hosszának négyzetösszege (és fogalmazzuk is meg az ehhez tartozó azonosságot).
- (1.4.10)** A sík mely geometriai transzformációinak felelnek meg a komplex számok halmazának alábbi leképezései:  $z \rightarrow 3z + 2$ ,  $z \rightarrow (1 + i)z$ .
- A sík  $(x, y)$  pontját  $+90$  fokkal elforgatjuk az origó körül. Melyik pont lesz az eredmény? És ha  $+60^\circ$ -kal forgatunk? És ha nem az origó körül, hanem az  $(1, 2)$  pont körül forgatunk?
- (1.4.11)** Legyenek  $z$  és  $w$  különböző komplex számok. Írjuk fel az őket összekötő szakasz felezőpontját, valamint annak a két szabályos háromszögnek a harmadik csúcsát, illetve a középpontját, melyeknek az adott két szám két csúcsa.
- (1.4.13\*)** Írjunk egy háromszög mindegyik oldalára kifelé egy szabályos háromszöget. Igazoljuk, hogy ezek középpontjai szabályos háromszöget alkotnak.
- (\*)** Egy medvesajtos dobozban a hat ( $60^\circ$ -os) körcikkből három maradt, amik elmozdulhattak, de úgy, hogy csúcsuk továbbra is a doboz középpontjában van, a három  $A_1B_1$ ,  $A_2B_2$ ,  $A_3B_3$  ív pedig a doboz szélére illeszkedik ebben a sorrendben. Igazoljuk, hogy a  $B_1A_2$ ,  $B_2A_3$ ,  $B_3A_1$  szakaszok (tehát nem az ívek!) felezőpontjai szabályos háromszöget alkotnak.
- (\*)** Részlet egy négyzetrácsból:



Igazoljuk, hogy  $\alpha + \beta + \gamma = 45^\circ$ .

- (\*)** Milyen alakzatot alkotnak azok a  $z$  pontok a komplex számsíkon, melyekre teljesül, hogy  $(z - i)i/(z - 1)$  negatív valós szám?