Bsc algebra2 normál gyakorlat

Második zárthelyi (2011. május 17.)

Mind a hat feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Használni semmilyen segédeszközt nem lehet, kalkulátort, mobiltelefont sem. A zárthelyi alatt nem lehet kimenni a teremből. A fejlécet **OLVASHATÓ NYOMTATOTT NAGYBETŰKKEL** kérjük kitölteni.

Név: ______________________ EHA-kód: ______________ Gyakvez: FR KE

1. Legyen $\mathcal{A}$ az a lineáris transzformáció a legfeljebb másodfokú, valós együtthatós polinomok vektorterén, amelyre $\mathcal{A}(a+bx+cx^2) = (a+2b+3c)(1+x+x^2)$ minden $a, b, c \in \mathbb{R}$ esetén. Határozzuk meg $\mathcal{A}$ sajátértékeit, sajátvektorait, és döntsük el, hogy diagonalizálható-e.

2. Határozzuk meg az

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

mátrix minimálpolinomját és Jordan-alakját.

Név: ______________________________ EHA-kód: ____________

3. Legyen W az $x - y - u - v = 0$ egyenlettel megadott altér $\mathbb{R}^4$-ben. Adjunk meg egy ortonormált bázist a W altérben, és határozzuk meg az $(1, 1, 2, 3)$ pont távolságát W-től.

4. Határozzuk meg a $3x^2 + 4xy + 6y^2$ valós kvadratikus alak (ONB-ben vett) négyzetösszeg alakját és karakterét.

5. Tekintsük $\mathbb{R}^4$-en az

$$\mathcal{A}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_4 \\ u_2 \\ u_1 \\ u_3 \end{bmatrix},$$

transzformációt. Vizsgáljuk meg, hogy $\mathcal{A}$ diagonalizálható-e **ortonormált** bázisban $\mathbb{R}$ fölött, igazoljuk, hogy ortogonális, és adjuk meg a mátrixának az ennek megfelelő (legfeljebb kétszer kettes blokkokra bontott) alakját. (Az ehhez tartozó ONB-t nem kell megadni).

6. Legyen $\mathcal{B}$ lineáris transzformáció $\mathbb{R}^{2011}$-en. Mutassuk meg, hogy ha $\mathcal{B}^* = -\mathcal{B}$, akkor minden $v \in \mathbb{R}^{2011}$ esetén v merőleges $\mathcal{B}(v)$-re.