Algebra1, normál

ELTE Algebra és Számelmélet Tanszék

Előadó: Kiss Emil
ewwkiss@gmail.com

5. előadás

A sík vektorai

Az origóból az $A = (a, b)$ pontba mutató $\overrightarrow{OA}$ vektort az (a, b) számpárral adjuk meg.

A sík vektorai

Az origóból az $A = (a, b)$ pontba mutató $\overrightarrow{OA}$ vektort az (a, b) számpárral adjuk meg.
Az $\overrightarrow{OA} = (a, b)$ és az $\overrightarrow{OB} = (c, d)$ vektorok összege
$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (a + c, b + d)$,

A sík vektorai

Az origóból az $A = (a, b)$ pontba mutató $\overrightarrow{OA}$ vektort
az (a, b) számpárral adjuk meg.
Az $\overrightarrow{OA} = (a, b)$ és az $\overrightarrow{OB} = (c, d)$ vektorok összege
$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (a + c, b + d)$,
ami a paralelogramma-szabállyal is megkapható.

A sík vektorai

Az origóból az $A = (a, b)$ pontba mutató $\overrightarrow{OA}$ vektort az (a, b) számpárral adjuk meg.
Az $\overrightarrow{OA} = (a, b)$ és az $\overrightarrow{OB} = (c, d)$ vektorok összege
$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (a + c, b + d)$,
ami a paralelogramma-szabállyal is megkapható.

Legyen λ valós szám (skalár).

A sík vektorai

Az origóból az $A = (a, b)$ pontba mutató $\overrightarrow{OA}$ vektort
az (a, b) számpárral adjuk meg.
Az $\overrightarrow{OA} = (a, b)$ és az $\overrightarrow{OB} = (c, d)$ vektorok összege
$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (a + c, b + d)$,
ami a paralelogramma-szabállyal is megkapható.

Legyen λ valós szám (skalár).
Az $\overrightarrow{OA}$ vektor λ-szorosa az $\overrightarrow{OB}$, ahol a B pontot úgy kapjuk,
hogy

A sík vektorai

Az origóból az $A = (a, b)$ pontba mutató $\overrightarrow{OA}$ vektort az (a, b) számpárral adjuk meg.
Az $\overrightarrow{OA} = (a, b)$ és az $\overrightarrow{OB} = (c, d)$ vektorok összege
$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (a + c, b + d)$,
ami a paralelogramma-szabállyal is megkapható.

Legyen λ valós szám (skalár).
Az $\overrightarrow{OA}$ vektor λ-szorosa az $\overrightarrow{OB}$, ahol a B pontot úgy kapjuk, hogy az A pontot az origóból $|\lambda|$-szorosára nyújtjuk,

A sík vektorai

Az origóból az $A = (a, b)$ pontba mutató $\overrightarrow{OA}$ vektort az (a, b) számpárral adjuk meg.
Az $\overrightarrow{OA} = (a, b)$ és az $\overrightarrow{OB} = (c, d)$ vektorok összege
$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (a + c, b + d)$,
ami a paralelogramma-szabállyal is megkapható.

Legyen λ valós szám (skalár).
Az $\overrightarrow{OA}$ vektor λ-szorosa az $\overrightarrow{OB}$, ahol a B pontot úgy kapjuk, hogy az A pontot az origóból $|\lambda|$-szorosára nyújtjuk, és ha λ negatív, akkor tükrözzük is az origóra.

A sík vektorai

Az origóból az $A = (a, b)$ pontba mutató $\overrightarrow{OA}$ vektort az (a, b) számpárral adjuk meg.
Az $\overrightarrow{OA} = (a, b)$ és az $\overrightarrow{OB} = (c, d)$ vektorok összege
$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (a + c, b + d)$,
ami a paralelogramma-szabállyal is megkapható.

Legyen λ valós szám (skalár).
Az $\overrightarrow{OA}$ vektor λ-szorosa az $\overrightarrow{OB}$, ahol a B pontot úgy kapjuk, hogy az A pontot az origóból $|\lambda|$-szorosára nyújtjuk, és ha λ negatív, akkor tükrözzük is az origóra.

Állítás

Ha $\overrightarrow{OA} = (a, b)$, akkor $\lambda\overrightarrow{OA} = (\lambda a, \lambda b)$. □

Általános vektorok

Az (a, b) vektort ezentúl oszlopvektornak írjuk: $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.

Általános vektorok

Az (a, b) vektort ezentúl oszlopvektornak írjuk: $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.

Tehát $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a + c \\ b + d \end{bmatrix}$

Általános vektorok

Az (a, b) vektort ezentúl oszlopvektornak írjuk: $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.

Tehát $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+c \\ b+d \end{bmatrix}$ és $\lambda \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a \\ \lambda b \end{bmatrix}$.

Általános vektorok

Az (a, b) vektort ezentúl oszlopvektornak írjuk: $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.

Tehát $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+c \\ b+d \end{bmatrix}$ és $\lambda \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a \\ \lambda b \end{bmatrix}$.

F3.1.5. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$.

Általános vektorok

Az (a, b) vektort ezentúl oszlopvektornak írjuk: $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.

Tehát $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+c \\ b+d \end{bmatrix}$ és $\lambda \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a \\ \lambda b \end{bmatrix}$.

F3.1.5. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. A T fölötti n magas oszlopvektorok az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

alakú „táblázatok”,

Általános vektorok

Az (a, b) vektort ezentúl oszlopvektornak írjuk: $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.

Tehát $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+c \\ b+d \end{bmatrix}$ és $\lambda \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a \\ \lambda b \end{bmatrix}$.

F3.1.5. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. A T fölötti n magas oszlopvektorok az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

alakú „táblázatok”, ahol $a_1, \dots, a_n \in T$.

Általános vektorok

Az (a, b) vektort ezentúl oszlopvektornak írjuk: $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.

Tehát $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+c \\ b+d \end{bmatrix}$ és $\lambda \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a \\ \lambda b \end{bmatrix}$.

F3.1.5. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. A T fölötti n magas oszlopvektorok az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \ldots \\ a_n \end{bmatrix}$$

alakú „táblázatok”, ahol $a_1, \ldots, a_n \in T$.
Az összes ilyen oszlopvektorból álló halmaz jele T^n.

Általános vektorok

Az (a, b) vektort ezentúl oszlopvektornak írjuk: $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.

Tehát $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+c \\ b+d \end{bmatrix}$ és $\lambda \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a \\ \lambda b \end{bmatrix}$.

F3.1.5. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. A T fölötti n magas oszlopvektorok az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

alakú „táblázatok”, ahol $a_1, \dots, a_n \in T$.

Az összes ilyen oszlopvektorból álló halmaz jele T^n.

Az n szám a T^n dimenziója.

Általános vektorok

Az (a, b) vektort ezentúl oszlopvektornak írjuk: $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.

Tehát $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+c \\ b+d \end{bmatrix}$ és $\lambda \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a \\ \lambda b \end{bmatrix}$.

F3.1.5. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. A T fölötti n magas oszlopvektorok az

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

alakú „táblázatok”, ahol $a_1, \dots, a_n \in T$.

Az összes ilyen oszlopvektorból álló halmaz jele T^n.

Az n szám a T^n dimenziója. A sík, azaz $\mathbb{R}^2$ kétdimenziós.

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en az összeadást

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en az összeadást

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} =$$

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en az összeadást

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix}$$

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en
az összeadást és a λ skalárral szorzást.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix}$$

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en az összeadást és a λ skalárral szorzást.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \text{ és } \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} =$$

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en az összeadást és a λ skalárral szorzást.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \text{ és } \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \dots \\ \lambda a_n \end{bmatrix}$$

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en az összeadást és a λ skalárral szorzást.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \text{ és } \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \dots \\ \lambda a_n \end{bmatrix}$$

Azaz összeadni és skalárral szorozni komponensenként kell.

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en
az összeadást és a λ skalárral szorzást.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \text{ és } \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \dots \\ \lambda a_n \end{bmatrix}$$

Azaz összeadni és skalárral szorozni komponensenként kell.

A nullvektor

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en az összeadást és a λ skalárral szorzást.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \text{ és } \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \dots \\ \lambda a_n \end{bmatrix}$$

Azaz összeadni és skalárral szorozni komponensenként kell.

A nullvektor $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en az összeadást és a λ skalárral szorzást.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \text{ és } \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \dots \\ \lambda a_n \end{bmatrix}$$

Azaz összeadni és skalárral szorozni komponensenként kell.

A nullvektor $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$

(minden komponens T nulleleme)

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en az összeadást és a λ skalárral szorzást.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \text{ és } \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \dots \\ \lambda a_n \end{bmatrix}$$

Azaz összeadni és skalárral szorozni komponensenként kell.

A nullvektor $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$ és az ellentett:

(minden komponens T nulleleme)

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en az összeadást és a λ skalárral szorzást.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \text{ és } \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \dots \\ \lambda a_n \end{bmatrix}$$

Azaz összeadni és skalárral szorozni komponensenként kell.

A nullvektor $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$ és az ellentett: $- \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} =$

(minden komponens T nulleleme)

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en az összeadást és a λ skalárral szorzást.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \text{ és } \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \dots \\ \lambda a_n \end{bmatrix}$$

Azaz összeadni és skalárral szorozni komponensenként kell.

A nullvektor $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$ és az ellentett: $-\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} =$

(minden komponens T nulleleme) (komponensenkénti ellentett)

Műveletek vektorokkal

Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Értelmezzük T^n-en az összeadást és a λ skalárral szorzást.

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{bmatrix} \text{ és } \lambda \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_1 \\ \lambda a_2 \\ \dots \\ \lambda a_n \end{bmatrix}$$

Azaz összeadni és skalárral szorozni komponensenként kell.

A nullvektor $0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$ és az ellentett: $-\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 \\ -a_2 \\ \dots \\ -a_n \end{bmatrix}$

(minden komponens T nulleleme) (komponensenkénti ellentett)

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u + v) + w = u + (v + w)$ (az összeadás asszociatív).

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u + v) + w = u + (v + w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u + v = v + u$ (az összeadás kommutatív).

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u + v) + w = u + (v + w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u + v = v + u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u + 0 = 0 + u = u$ (0 a nullvektor).

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u + v) + w = u + (v + w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u + v = v + u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u + 0 = 0 + u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u + (-u) = (-u) + u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u+v)+w = u+(v+w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u+v = v+u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u+0 = 0+u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u+(-u) = (-u)+u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)u = \lambda u + \mu u$.

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u + v) + w = u + (v + w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u + v = v + u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u + 0 = 0 + u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u + (-u) = (-u) + u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

(5) $(\lambda + \mu)u = \lambda u + \mu u$.

(6) $\lambda(u + v) = \lambda u + \lambda v$.

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u+v)+w = u+(v+w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u+v = v+u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u+0 = 0+u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u+(-u) = (-u)+u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)u = \lambda u + \mu u$.

(6) $\lambda(u+v) = \lambda u + \lambda v$.

(7) $(\lambda\mu)u = \lambda(\mu u)$.

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u+v)+w = u+(v+w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u+v = v+u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u+0 = 0+u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u+(-u) = (-u)+u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)u = \lambda u + \mu u$.

(6) $\lambda(u+v) = \lambda u + \lambda v$.

(7) $(\lambda\mu)u = \lambda(\mu u)$.

(8) $1 \cdot u = u$ (ahol 1 a T egységeleme).

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u+v)+w = u+(v+w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u+v = v+u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u+0 = 0+u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u+(-u) = (-u)+u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)u = \lambda u + \mu u$.

(6) $\lambda(u+v) = \lambda u + \lambda v$.

(7) $(\lambda\mu)u = \lambda(\mu u)$.

(8) $1 \cdot u = u$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot u$

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u+v)+w = u+(v+w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u+v = v+u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u+0 = 0+u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u+(-u) = (-u)+u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)u = \lambda u + \mu u$.

(6) $\lambda(u+v) = \lambda u + \lambda v$.

(7) $(\lambda\mu)u = \lambda(\mu u)$.

(8) $1 \cdot u = u$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot u \qquad = 0$,

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u+v)+w = u+(v+w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u+v = v+u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u+0 = 0+u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u+(-u) = (-u)+u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)u = \lambda u + \mu u$.

(6) $\lambda(u+v) = \lambda u + \lambda v$.

(7) $(\lambda\mu)u = \lambda(\mu u)$.

(8) $1 \cdot u = u$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot u = \lambda \cdot 0 = 0$,

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u+v)+w = u+(v+w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u+v = v+u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u+0 = 0+u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u+(-u) = (-u)+u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)u = \lambda u + \mu u$.

(6) $\lambda(u+v) = \lambda u + \lambda v$.

(7) $(\lambda\mu)u = \lambda(\mu u)$.

(8) $1 \cdot u = u$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot u = \lambda \cdot 0 = 0$, és ha $\lambda u = 0$,

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u+v)+w = u+(v+w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u+v = v+u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u+0 = 0+u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u+(-u) = (-u)+u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)u = \lambda u + \mu u$.

(6) $\lambda(u+v) = \lambda u + \lambda v$.

(7) $(\lambda\mu)u = \lambda(\mu u)$.

(8) $1 \cdot u = u$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot u = \lambda \cdot 0 = 0$, és ha $\lambda u = 0$, akkor $\lambda = 0$

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u + v) + w = u + (v + w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u + v = v + u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u + 0 = 0 + u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u + (-u) = (-u) + u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

(5) $(\lambda + \mu)u = \lambda u + \mu u$.

(6) $\lambda(u + v) = \lambda u + \lambda v$.

(7) $(\lambda\mu)u = \lambda(\mu u)$.

(8) $1 \cdot u = u$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot u = \lambda \cdot 0 = 0$, és ha $\lambda u = 0$, akkor $\lambda = 0$ vagy $u = 0$.

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $u, v, w \in T^n$ vektorokra, és λ, μ skalárokra

(1) $(u+v)+w = u+(v+w)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $u+v = v+u$ (az összeadás kommutatív).

(3) $u+0 = 0+u = u$ (0 a nullvektor).

(4) $u+(-u) = (-u)+u = 0$ ($-u$ az u ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)u = \lambda u + \mu u$.

(6) $\lambda(u+v) = \lambda u + \lambda v$.

(7) $(\lambda\mu)u = \lambda(\mu u)$.

(8) $1 \cdot u = u$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot u = \lambda \cdot 0 = 0$, és ha $\lambda u = 0$, akkor $\lambda = 0$ vagy $u = 0$.

Kétféle 0!

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat,

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak.

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak. Ezek halmazát $T^{n\times m}$ jelöli.

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak. Ezek halmazát $T^{n \times m}$ jelöli. Így T^n elemei $n \times 1$-es mátrixok.

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak. Ezek halmazát $T^{n \times m}$ jelöli. Így T^n elemei $n \times 1$-es mátrixok. A sorvektorok az $1 \times m$-es mátrixok.

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak. Ezek halmazát $T^{n \times m}$ jelöli. Így T^n elemei $n \times 1$-es mátrixok. A sorvektorok az $1 \times m$-es mátrixok.

Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli,

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak. Ezek halmazát $T^{n \times m}$ jelöli. Így T^n elemei $n \times 1$-es mátrixok. A sorvektorok az $1 \times m$-es mátrixok.

Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak.
Ezek halmazát $T^{n \times m}$ jelöli. Így T^n elemei $n \times 1$-es mátrixok.
A sorvektorok az $1 \times m$-es mátrixok.

Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2 \times 3}$,

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak.
Ezek halmazát $T^{n \times m}$ jelöli. Így T^n elemei $n \times 1$-es mátrixok.
A sorvektorok az $1 \times m$-es mátrixok.

Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2 \times 3}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$.

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak. Ezek halmazát $T^{n \times m}$ jelöli. Így T^n elemei $n \times 1$-es mátrixok. A sorvektorok az $1 \times m$-es mátrixok.

Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2 \times 3}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((i + j)) \in T^{2 \times 2}$,

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak. Ezek halmazát $T^{n \times m}$ jelöli. Így T^n elemei $n \times 1$-es mátrixok. A sorvektorok az $1 \times m$-es mátrixok.

Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2 \times 3}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((i+j)) \in T^{2 \times 2}$, akkor $M = \begin{bmatrix} 1+1 & 1+2 \\ 2+1 & 2+2 \end{bmatrix} =$

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak.
Ezek halmazát $T^{n\times m}$ jelöli. Így T^n elemei $n \times 1$-es mátrixok.
A sorvektorok az $1 \times m$-es mátrixok.

Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2\times 3}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((i+j)) \in T^{2\times 2}$, akkor $M = \begin{bmatrix} 1+1 & 1+2 \\ 2+1 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak.
Ezek halmazát $T^{n\times m}$ jelöli. Így T^n elemei $n \times 1$-es mátrixok.
A sorvektorok az $1 \times m$-es mátrixok.

Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2\times 3}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((i+j)) \in T^{2\times 2}$, akkor $M = \begin{bmatrix} 1+1 & 1+2 \\ 2+1 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{2\times 2}$,

Mátrixok

F2.1.1. Definíció

$T = \mathbb{C}$ vagy $\mathbb{R}$ vagy $\mathbb{Q}$. Egy $n \times m$-es mátrix egy n sorból és m oszlopból álló táblázat, melyben T elemei vannak. Ezek halmazát $T^{n \times m}$ jelöli. Így T^n elemei $n \times 1$-es mátrixok. A sorvektorok az $1 \times m$-es mátrixok.

Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2 \times 3}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((i + j)) \in T^{2 \times 2}$, akkor $M = \begin{bmatrix} 1+1 & 1+2 \\ 2+1 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{2 \times 2}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \end{bmatrix}$.

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n\times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$.

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M és N összege

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M mátrix λ-szorosa

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n\times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n\times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Definíció

Az $n \times m$-es nullmátrix az a mátrix,

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n\times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Definíció

Az $n \times m$-es nullmátrix az a mátrix, melynek minden eleme a T nulleleme.

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Definíció

Az $n \times m$-es nullmátrix az a mátrix, melynek minden eleme a T nulleleme. A nullmátrix jele: 0.

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n\times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Definíció

Az $n \times m$-es nullmátrix az a mátrix, melynek minden eleme a T nulleleme. A nullmátrix jele: 0.
Egy $n \times m$-es M mátrix ellentettje az a mátrix,

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Definíció

Az $n \times m$-es nullmátrix az a mátrix, melynek minden eleme a T nulleleme. A nullmátrix jele: 0.
Egy $n \times m$-es M mátrix ellentettje az a mátrix, melynek minden eleme az M megfelelő elemének ellentettje.

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n\times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Definíció

Az $n \times m$-es nullmátrix az a mátrix, melynek minden eleme a T nulleleme. A nullmátrix jele: 0.
Egy $n \times m$-es M mátrix ellentettje az a mátrix, melynek minden eleme az M megfelelő elemének ellentettje.
$M = ((a_{ij}))$ ellentettje $-M = ((-a_{ij}))$

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

F2.1.2. Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n\times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Definíció

Az $n \times m$-es nullmátrix az a mátrix, melynek minden eleme a T nulleleme. A nullmátrix jele: 0.
Egy $n \times m$-es M mátrix ellentettje az a mátrix, melynek minden eleme az M megfelelő elemének ellentettje.
$M = ((a_{ij}))$ ellentettje $-M = ((-a_{ij})) = (-1)M$.

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n \times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n \times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n \times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n \times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n \times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M + (-M) = (-M) + M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n \times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M + (-M) = (-M) + M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda + \mu)M = \lambda M + \mu M$.

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M + (-M) = (-M) + M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda + \mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M + N) = \lambda M + \lambda N$.

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M+N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M+N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

(8) $1\cdot M = M$ (ahol 1 a T egységeleme).

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n \times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M + (-M) = (-M) + M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda + \mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M + N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

(8) $1 \cdot M = M$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot M$

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n \times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M + (-M) = (-M) + M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda + \mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M + N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

(8) $1 \cdot M = M$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot M \qquad = 0$,

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n \times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M+N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

(8) $1 \cdot M = M$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot M = \lambda \cdot 0 = 0$,

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n \times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M+N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

(8) $1 \cdot M = M$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot M = \lambda \cdot 0 = 0$, és ha $\lambda M = 0$,

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M+N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

(8) $1 \cdot M = M$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot M = \lambda \cdot 0 = 0$, és ha $\lambda M = 0$, akkor $\lambda = 0$

A műveleti tulajdonságok

F2.1.3. Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M+N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

(8) $1 \cdot M = M$ (ahol 1 a T egységeleme).

(9) $0 \cdot M = \lambda \cdot 0 = 0$, és ha $\lambda M = 0$, akkor $\lambda = 0$ vagy $M = 0$.

Sor és oszlop szorzata

Szorzás 2×2-es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} =$$

Sor és oszlop szorzata

Szorzás 2×2-es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \end{bmatrix},$$

Sor és oszlop szorzata

Szorzás 2×2-es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} =$$

Sor és oszlop szorzata

Szorzás 2×2-es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

Sor és oszlop szorzata

Szorzás 2×2-es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} =$$

Sor és oszlop szorzata

Szorzás 2×2-es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Sor és oszlop szorzata

Szorzás 2 × 2-es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Definíció

Legyen $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix} =$

Sor és oszlop szorzata

Szorzás 2×2-es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Definíció

Legyen $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \ldots + a_m b_m.$

Sor és oszlop szorzata

Szorzás 2 × 2-es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Definíció

Legyen $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_m b_m$.

Minden elemet a neki megfelelővel szorozzuk,

Sor és oszlop szorzata

Szorzás 2 × 2-es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Definíció

Legyen $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \ldots + a_m b_m.$

Minden elemet a neki megfelelővel szorozzuk, majd összeadjuk.

Sor és oszlop szorzata

Szorzás 2×2-es mátrixokra

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Definíció

Legyen $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_m b_m$.

Minden elemet a neki megfelelővel szorozzuk, majd összeadjuk.

2×2-es: az első mátrix sorait szoroztuk a második oszlopaival!

A szorzás definíciója

F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme

A szorzás definíciója

F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának

A szorzás definíciója

F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata.

A szorzás definíciója

F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata.
Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van,

A szorzás definíciója

F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata.
Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

A szorzás definíciója

F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata. Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} =$$

A szorzás definíciója

F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata.
Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

A szorzás definíciója

F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata.
Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Definíció

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{m \times k}$,

A szorzás definíciója

F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata.
Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Definíció

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{m \times k}$, akkor az $MN \in T^{n \times k}$ mátrix i-edik sorának j-edik eleme

A szorzás definíciója

F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata.
Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Definíció

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{m\times k}$, akkor az $MN \in T^{n\times k}$ mátrix i-edik sorának j-edik eleme

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \ldots + a_{im}b_{mj} =$$

A szorzás definíciója

F2.1.4. Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata.
Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Definíció

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{m \times k}$, akkor az $MN \in T^{n \times k}$ mátrix i-edik sorának j-edik eleme

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \ldots + a_{im}b_{mj} = \sum_{\ell=1}^{m} a_{i\ell}b_{\ell j}.$$

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén
nem kommutatív

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} =$$

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén
nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, ami nem ugyanaz, mint

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, ami nem ugyanaz, mint

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} =$

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén
nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$ ami nem ugyanaz, mint

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix},$$

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$, ami nem ugyanaz, mint

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$, tehát nem kommutatív.

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, ami nem ugyanaz, mint

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, tehát nem kommutatív.

$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} =$

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, ami nem ugyanaz, mint

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, tehát nem kommutatív.

$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$,

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén
nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, ami nem ugyanaz, mint

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, tehát nem kommutatív.

$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, azaz nem nullosztómentes.

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\1 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2 & 1\\1 & 1\end{bmatrix}$$, ami nem ugyanaz, mint

$$\begin{bmatrix}1 & 0\\1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 1\\1 & 2\end{bmatrix}$$, tehát nem kommutatív.

$$\begin{bmatrix}0 & 1\\0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\0 & 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{bmatrix}$$, azaz nem nullosztómentes.

Általában a leképezések kompozíciója sem kommutatív.

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$, ami nem ugyanaz, mint

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$, tehát nem kommutatív.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$, azaz nem nullosztómentes.

Általában a leképezések kompozíciója sem kommutatív.
Példa (HF): két tengelyes tükrözés

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ ami nem ugyanaz, mint}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \text{ tehát nem kommutatív.}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ azaz nem nullosztómentes.}$$

Általában a leképezések kompozíciója sem kommutatív.
Példa (HF): két tengelyes tükrözés (ha a tengelyek szöge pl. 60°).

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív.

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$,

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni.

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni.
Azaz ha $M \in T^{n\times m}$,

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$,

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n \times m}$, $N \in T^{m \times k}$, $K \in T^{k \times \ell}$.

Bizonyítás számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Bizonyítás számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol az i-edik sor j-edik eleme

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Bizonyítás számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol az i-edik sor j-edik eleme 1 ha $i = j$,

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Bizonyítás számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol az i-edik sor j-edik eleme 1 ha $i = j$, és 0 ha $i \neq j$.

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n \times m}$, $N \in T^{m \times k}$, $K \in T^{k \times \ell}$.

Bizonyítás számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol az i-edik sor j-edik eleme 1 ha $i = j$, és 0 ha $i \neq j$. Azaz a főátlóban végig 1 van,

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Bizonyítás számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol az i-edik sor j-edik eleme 1 ha $i = j$, és 0 ha $i \neq j$. Azaz a főátlóban végig 1 van, másutt csupa 0.

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Bizonyítás számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol az i-edik sor j-edik eleme 1 ha $i = j$, és 0 ha $i \neq j$. Azaz a főátlóban végig 1 van, másutt csupa 0.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Bizonyítás számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol az i-edik sor j-edik eleme 1 ha $i = j$, és 0 ha $i \neq j$. Azaz a főátlóban végig 1 van, másutt csupa 0.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Bizonyítás számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol az i-edik sor j-edik eleme 1 ha $i = j$, és 0 ha $i \neq j$. Azaz a főátlóban végig 1 van, másutt csupa 0.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}.$$

Asszociativitás, egységmátrix

F2.1.5. Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Bizonyítás számolással, de a következő félévben elegánsan is.

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol az i-edik sor j-edik eleme 1 ha $i = j$, és 0 ha $i \neq j$. Azaz a főátlóban végig 1 van, másutt csupa 0.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}.$$

F2.1.3. Feladat

Ha $M \in T^{n\times n}$, akkor $E_n M = M E_n = M$.

A szorzás szabályai

F2.1.5. Tétel

Ha $M, N, K \in T^{n\times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

A szorzás szabályai

F2.1.5. Tétel

Ha $M, N, K \in T^{n \times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

A szorzás szabályai

F2.1.5. Tétel

Ha $M, N, K \in T^{n\times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

A szorzás szabályai

F2.1.5. Tétel

Ha $M, N, K \in T^{n\times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

A szorzás szabályai

F2.1.5. Tétel

Ha $M, N, K \in T^{n\times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

A szorzás szabályai

F2.1.5. Tétel

Ha $M, N, K \in T^{n\times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) A szorzás asszociatív.

A szorzás szabályai

F2.1.5. Tétel

Ha $M, N, K \in T^{n \times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M + (-M) = (-M) + M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) A szorzás asszociatív.

(6) Igaz mindkét oldali disztributivitás, azaz
$M(N + K) = MN + MK$ és $(N + K)M = NM + KM$.

A szorzás szabályai

F2.1.5. Tétel

Ha $M, N, K \in T^{n\times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) A szorzás asszociatív.

(6) Igaz mindkét oldali disztributivitás, azaz
$M(N+K) = MN+MK$ és $(N+K)M = NM+KM$.

(7) Az E_n egységmátrix kétoldali egységelem: $E_nM = ME_n = M$.

A szorzás szabályai

F2.1.5. Tétel

Ha $M, N, K \in T^{n \times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M + (-M) = (-M) + M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) A szorzás asszociatív.

(6) Igaz mindkét oldali disztributivitás, azaz
$M(N + K) = MN + MK$ és $(N + K)M = NM + KM$.

(7) Az E_n egységmátrix kétoldali egységelem: $E_nM = ME_n = M$.

Továbbá $\lambda(MN) = (\lambda M)N = M(\lambda N)$ is teljesül.

A szorzás szabályai

F2.1.5. Tétel

Ha $M, N, K \in T^{n\times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) A szorzás asszociatív.

(6) Igaz mindkét oldali disztributivitás, azaz
$M(N+K) = MN+MK$ és $(N+K)M = NM+KM$.

(7) Az E_n egységmátrix kétoldali egységelem: $E_nM = ME_n = M$.

Továbbá $\lambda(MN) = (\lambda M)N = M(\lambda N)$ is teljesül.

Bizonyítás: a következő félévben, lineáris transzformációkkal.

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll.

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból $45°$ alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek
a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$,

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból $45°$ alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.

Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.

Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m \times n}$.

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek
a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m \times n}$.
(A két indexet megcseréljük;

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek
a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m\times n}$.
(A két indexet megcseréljük; az i-edik sorból i-edik oszlop lesz.)

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m \times n}$.
(A két indexet megcseréljük; az i-edik sorból i-edik oszlop lesz.)

Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T =$$

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m\times n}$.
(A két indexet megcseréljük; az i-edik sorból i-edik oszlop lesz.)

Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix}$$

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m \times n}$.
(A két indexet megcseréljük; az i-edik sorból i-edik oszlop lesz.)

Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}^T =$$

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix **főátlója** a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix **transzponáltja** a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m\times n}$.
(A két indexet megcseréljük; az i-edik sorból i-edik oszlop lesz.)

Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix}$$

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m\times n}$.
(A két indexet megcseréljük; az i-edik sorból i-edik oszlop lesz.)

Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix}$$

A főátlót piros szín jelöli.

Mátrix transzponáltja

F2.1.6. Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból $45°$ alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m\times n}$.
(A két indexet megcseréljük; az i-edik sorból i-edik oszlop lesz.)

Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix}$$

A főátlót piros szín jelöli.
Sorvektor transzponáltja oszlopvektor és viszont.

Az inverz definíciója és kiszámítása

Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha $M, N \in T^{n \times n}$, akkor M és N egymás inverzei,

Az inverz definíciója és kiszámítása

Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha $M, N \in T^{n \times n}$, akkor M és N egymás inverzei, ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix).

Az inverz definíciója és kiszámítása

Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha $M, N \in T^{n \times n}$, akkor M és N egymás inverzei, ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

Az inverz definíciója és kiszámítása

Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha $M, N \in T^{n\times n}$, akkor M és N egymás inverzei, ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

$M \in T^{n\times n}$ invertálása Gauss-eliminációval (F3.5.3. Tétel)

Az inverz definíciója és kiszámítása

Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha $M, N \in T^{n\times n}$, akkor M és N egymás inverzei, ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

$M \in T^{n\times n}$ invertálása Gauss-eliminációval (F3.5.3. Tétel)

- $K := [M, E_n] \in T^{n\times 2n}$ (írjuk M mellé az egységmátrixot).

Az inverz definíciója és kiszámítása

Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha $M, N \in T^{n\times n}$, akkor M és N egymás inverzei, ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

$M \in T^{n\times n}$ invertálása Gauss-eliminációval (F3.5.3. Tétel)

- $K := [M, E_n] \in T^{n\times 2n}$ (írjuk M mellé az egységmátrixot).
- Végezzük el a Gauss-eliminációt a K mátrixra úgy, hogy vezéregyest kizárólag a bal oldalon (az első n oszlopban) választhatunk.

Az inverz definíciója és kiszámítása

Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha $M, N \in T^{n\times n}$, akkor M és N egymás inverzei,
ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

$M \in T^{n\times n}$ invertálása Gauss-eliminációval (F3.5.3. Tétel)

- $K := [M, E_n] \in T^{n\times 2n}$ (írjuk M mellé az egységmátrixot).
- Végezzük el a Gauss-eliminációt a K mátrixra úgy, hogy vezéregyest kizárólag a bal oldalon (az első n oszlopban) választhatunk.
- Ha keletkezik „tilos” sor (melynek az első fele végig nulla), akkor M nem invertálható.

Az inverz definíciója és kiszámítása

Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha $M, N \in T^{n\times n}$, akkor M és N egymás inverzei,
ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

$M \in T^{n\times n}$ invertálása Gauss-eliminációval (F3.5.3. Tétel)

- $K := [M, E_n] \in T^{n\times 2n}$ (írjuk M mellé az egységmátrixot).
- Végezzük el a Gauss-eliminációt a K mátrixra úgy, hogy vezéregyest kizárólag a bal oldalon (az első n oszlopban) választhatunk.
- Ha keletkezik „tilos” sor (melynek az első fele végig nulla), akkor M nem invertálható.
- Egyébként sorcserékkel K bal feléből az egységmátrix lesz.

Az inverz definíciója és kiszámítása

Definíció (F, 2.2. szakasz)

Ha $M, N \in T^{n \times n}$, akkor M és N egymás inverzei,
ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

$M \in T^{n \times n}$ invertálása Gauss-eliminációval (F3.5.3. Tétel)

- $K := [M, E_n] \in T^{n \times 2n}$ (írjuk M mellé az egységmátrixot).
- Végezzük el a Gauss-eliminációt a K mátrixra úgy, hogy vezéregyest kizárólag a bal oldalon (az első n oszlopban) választhatunk.
- Ha keletkezik „tilos" sor (melynek az első fele végig nulla), akkor M nem invertálható.
- Egyébként sorcserékkel K bal feléből az egységmátrix lesz. Ekkor K jobb felén M^{-1} keletkezik: $[M, E_n] \to [E_n, M^{-1}]$.

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\
&\ldots \\
a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n
\end{aligned}
$$

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ &\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned}$$

Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix},$$

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ &\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned}$$

Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_m \end{bmatrix}$$

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ &\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned}$$

Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_m \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ &\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned}$$

Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_m \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Az M a fenti lineáris egyenletrendszer mátrixa.

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ &\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned}$$

Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_m \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Az M a fenti lineáris egyenletrendszer mátrixa.

Az $Mx = b$ az egyenletrendszer mátrixos alakja

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ &\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned}$$

Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_m \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Az M a fenti lineáris egyenletrendszer mátrixa.
Az $Mx = b$ az egyenletrendszer mátrixos alakja
(az eredeti egyenleteknek egy képletben való, tömör felírása).

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\
&\ldots \\
a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n
\end{aligned}
$$

Definíció

$$
M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_m \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_n \end{bmatrix}.
$$

Az M a fenti lineáris egyenletrendszer mátrixa.
Az $Mx = b$ az egyenletrendszer mátrixos alakja
(az eredeti egyenleteknek egy képletben való, tömör felírása).
Ha M négyzetes és invertálható, akkor a megoldás $x = M^{-1}b$.

Lineáris függetlenség

F3.3.1–3.3.3. Definíció

A $v_1, \dots, v_m \in T^n$ vektorok lineárisan függetlenek,

Lineáris függetlenség

F3.3.1–3.3.3. Definíció

A $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorok lineárisan függetlenek, ha a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_m v_m = 0$ összefüggés

Lineáris függetlenség

F3.3.1–3.3.3. Definíció

A $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorok lineárisan függetlenek,
ha a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_m v_m = 0$ összefüggés
CSAK ÚGY teljesülhet, ha

Lineáris függetlenség

F3.3.1–3.3.3. Definíció

A $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorok lineárisan függetlenek, ha a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_m v_m = 0$ összefüggés CSAK ÚGY teljesülhet, ha $\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_m = 0$.

Lineáris függetlenség

F3.3.1–3.3.3. Definíció

A $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorok lineárisan függetlenek, ha a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_m v_m = 0$ összefüggés CSAK ÚGY teljesülhet, ha $\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_m = 0$.
(Itt $\lambda_1, \ldots, \lambda_m \in T$ tetszőleges skalárok,

Lineáris függetlenség

F3.3.1–3.3.3. Definíció

A $v_1, \dots, v_m \in T^n$ vektorok lineárisan függetlenek,
ha a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_m v_m = 0$ összefüggés
CSAK ÚGY teljesülhet, ha $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_m = 0$.
(Itt $\lambda_1, \dots, \lambda_m \in T$ tetszőleges skalárok, azaz T elemei.)

Lineáris függetlenség

F3.3.1–3.3.3. Definíció

A $v_1, \dots, v_m \in T^n$ vektorok lineárisan függetlenek,
ha a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_m v_m = 0$ összefüggés
CSAK ÚGY teljesülhet, ha $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_m = 0$.
(Itt $\lambda_1, \dots, \lambda_m \in T$ tetszőleges skalárok, azaz T elemei.)
Egyébként a $v_1, \dots, v_m \in T^n$ vektorok lineárisan összefüggők.

Lineáris függetlenség

F3.3.1–3.3.3. Definíció

A $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorok lineárisan függetlenek,
ha a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_m v_m = 0$ összefüggés
CSAK ÚGY teljesülhet, ha $\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_m = 0$.
(Itt $\lambda_1, \ldots, \lambda_m \in T$ tetszőleges skalárok, azaz T elemei.)
Egyébként a $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorok lineárisan összefüggők.
A $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_m v_m$ neve:

Lineáris függetlenség

F3.3.1–3.3.3. Definíció

A $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorok lineárisan függetlenek,
ha a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_m v_m = 0$ összefüggés
CSAK ÚGY teljesülhet, ha $\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_m = 0$.
(Itt $\lambda_1, \ldots, \lambda_m \in T$ tetszőleges skalárok, azaz T elemei.)
Egyébként a $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorok lineárisan összefüggők.
A $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_m v_m$ neve: lineáris kombináció.

Lineáris függetlenség

F3.3.1–3.3.3. Definíció

A $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorok lineárisan függetlenek,
ha a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_m v_m = 0$ összefüggés
CSAK ÚGY teljesülhet, ha $\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_m = 0$.
(Itt $\lambda_1, \ldots, \lambda_m \in T$ tetszőleges skalárok, azaz T elemei.)
Egyébként a $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorok lineárisan összefüggők.
A $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_m v_m$ neve: lineáris kombináció.

Állítás (HF)

- A sík két vektora pontosan akkor lineárisan független,

Lineáris függetlenség

F3.3.1–3.3.3. Definíció

A $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorok lineárisan függetlenek,
ha a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_m v_m = 0$ összefüggés
CSAK ÚGY teljesülhet, ha $\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_m = 0$.
(Itt $\lambda_1, \ldots, \lambda_m \in T$ tetszőleges skalárok, azaz T elemei.)
Egyébként a $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorok lineárisan összefüggők.
A $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_m v_m$ neve: lineáris kombináció.

Állítás (HF)

- A sík két vektora pontosan akkor lineárisan független, ha nem párhuzamosak.

Lineáris függetlenség

F3.3.1–3.3.3. Definíció

A $v_1, \dots, v_m \in T^n$ vektorok lineárisan függetlenek,
ha a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_m v_m = 0$ összefüggés
CSAK ÚGY teljesülhet, ha $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_m = 0$.
(Itt $\lambda_1, \dots, \lambda_m \in T$ tetszőleges skalárok, azaz T elemei.)
Egyébként a $v_1, \dots, v_m \in T^n$ vektorok lineárisan összefüggők.
A $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_m v_m$ neve: lineáris kombináció.

Állítás (HF)

- A sík két vektora pontosan akkor lineárisan független, ha nem párhuzamosak.
- A tér három vektora pontosan akkor lineárisan összefüggő,

Lineáris függetlenség

F3.3.1–3.3.3. Definíció

A $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorok lineárisan függetlenek,
ha a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_m v_m = 0$ összefüggés
CSAK ÚGY teljesülhet, ha $\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_m = 0$.
(Itt $\lambda_1, \ldots, \lambda_m \in T$ tetszőleges skalárok, azaz T elemei.)
Egyébként a $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorok lineárisan összefüggők.
A $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_m v_m$ neve: lineáris kombináció.

Állítás (HF)

- A sík két vektora pontosan akkor lineárisan független, ha nem párhuzamosak.
- A tér három vektora pontosan akkor lineárisan összefüggő, ha egy síkban vannak.

Példák függésre és függetlenségre

Az $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$ vektorok lineárisan összefüggenek.

Példák függésre és függetlenségre

Az $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$ vektorok lineárisan összefüggenek.

Valóban, $2 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} +$

Példák függésre és függetlenségre

Az $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$ vektorok lineárisan összefüggenek.

Valóban, $2 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + (-1) \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} =$

Példák függésre és függetlenségre

Az $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$ vektorok lineárisan összefüggenek.

Valóban, $2 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + (-1) \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} +$

Példák függésre és függetlenségre

Az $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$ vektorok lineárisan összefüggenek.

Valóban, $2 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + (-1) \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \end{bmatrix} =$

Példák függésre és függetlenségre

Az $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$ vektorok lineárisan összefüggenek.

Valóban, $2\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + (-1)\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Példák függésre és függetlenségre

Az $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$ vektorok lineárisan összefüggenek.

Valóban, $2\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + (-1)\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Az $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ vektorok lineárisan függetlenek.

Példák függésre és függetlenségre

Az $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$ vektorok lineárisan összefüggenek.

Valóban, $2 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + (-1) \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Az $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ vektorok lineárisan függetlenek. Valóban, ha

$$\lambda_1 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} +$$

Példák függésre és függetlenségre

Az $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$ vektorok lineárisan összefüggenek.

Valóban, $2 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + (-1) \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Az $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ vektorok lineárisan függetlenek. Valóban, ha

$$\lambda_1 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + \lambda_2 \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} =$$

Példák függésre és függetlenségre

Az $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$ vektorok lineárisan összefüggenek.

Valóban, $2 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + (-1) \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Az $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ vektorok lineárisan függetlenek. Valóban, ha

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \lambda_1 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + \lambda_2 \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} =$$

Példák függésre és függetlenségre

Az $\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix}4\\6\end{bmatrix}$ vektorok lineárisan összefüggenek.

Valóban, $2\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}+(-1)\begin{bmatrix}4\\6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4\\6\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-4\\-6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$.

Az $\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix}4\\5\end{bmatrix}$ vektorok lineárisan függetlenek. Valóban, ha

$$\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}=\lambda_1\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}+\lambda_2\begin{bmatrix}4\\5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\lambda_1\\3\lambda_1\end{bmatrix}+$$

Példák függésre és függetlenségre

Az $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$ vektorok lineárisan összefüggenek.

Valóban, $2 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + (-1) \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Az $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ vektorok lineárisan függetlenek. Valóban, ha

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \lambda_1 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + \lambda_2 \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\lambda_1 \\ 3\lambda_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4\lambda_2 \\ 5\lambda_2 \end{bmatrix} =$$

Példák függésre és függetlenségre

Az $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$ vektorok lineárisan összefüggenek.

Valóban, $2 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + (-1) \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Az $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ vektorok lineárisan függetlenek. Valóban, ha

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \lambda_1 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + \lambda_2 \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\lambda_1 \\ 3\lambda_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4\lambda_2 \\ 5\lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\lambda_1 + 4\lambda_2 \\ 3\lambda_1 + 5\lambda_2 \end{bmatrix},$$

Példák függésre és függetlenségre

Az $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$ vektorok lineárisan összefüggenek.

Valóban, $2 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + (-1) \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Az $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ vektorok lineárisan függetlenek. Valóban, ha

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \lambda_1 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + \lambda_2 \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\lambda_1 \\ 3\lambda_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4\lambda_2 \\ 5\lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\lambda_1 + 4\lambda_2 \\ 3\lambda_1 + 5\lambda_2 \end{bmatrix},$$

akkor $2\lambda_1 + 4\lambda_2 = 0$

Példák függésre és függetlenségre

Az $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$ vektorok lineárisan összefüggenek.

Valóban, $2 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + (-1) \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Az $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ vektorok lineárisan függetlenek. Valóban, ha

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \lambda_1 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + \lambda_2 \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\lambda_1 \\ 3\lambda_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4\lambda_2 \\ 5\lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\lambda_1 + 4\lambda_2 \\ 3\lambda_1 + 5\lambda_2 \end{bmatrix},$$

akkor $2\lambda_1 + 4\lambda_2 = 0$ és $3\lambda_1 + 5\lambda_2 = 0$.

Példák függésre és függetlenségre

Az $\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix}4\\6\end{bmatrix}$ vektorok lineárisan összefüggenek.

Valóban, $2\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}+(-1)\begin{bmatrix}4\\6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4\\6\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-4\\-6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$.

Az $\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}$ és a $\begin{bmatrix}4\\5\end{bmatrix}$ vektorok lineárisan függetlenek. Valóban, ha

$$\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}=\lambda_1\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}+\lambda_2\begin{bmatrix}4\\5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\lambda_1\\3\lambda_1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}4\lambda_2\\5\lambda_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\lambda_1+4\lambda_2\\3\lambda_1+5\lambda_2\end{bmatrix},$$

akkor $2\lambda_1+4\lambda_2=0$ és $3\lambda_1+5\lambda_2=0$. Ezt a homogén lineáris egyenletrendszert megoldva $\lambda_1=\lambda_2=0$.

A függetlenség eldöntése Gauss-eliminációval

Legyen $v_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{bmatrix}$,

A függetlenség eldöntése Gauss-eliminációval

Legyen $v_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{bmatrix},$

A függetlenség eldöntése Gauss-eliminációval

Legyen $v_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{bmatrix}, \dots, v_m = \begin{bmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \dots \\ a_{nm} \end{bmatrix}$.

A függetlenség eldöntése Gauss-eliminációval

Legyen $v_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{bmatrix}, \dots, v_m = \begin{bmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \dots \\ a_{nm} \end{bmatrix}$.

Ekkor a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_m v_m = 0$ az

A függetlenség eldöntése Gauss-eliminációval

Legyen $v_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{bmatrix}, \dots, v_m = \begin{bmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \dots \\ a_{nm} \end{bmatrix}$.

Ekkor a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_m v_m = 0$ az

$$a_{11}\lambda_1 + \dots + a_{1m}\lambda_m = 0$$

A függetlenség eldöntése Gauss-eliminációval

Legyen $v_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{bmatrix}, \dots, v_m = \begin{bmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \dots \\ a_{nm} \end{bmatrix}$.

Ekkor a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_m v_m = 0$ az

$$a_{11}\lambda_1 + \dots + a_{1m}\lambda_m = 0$$
$$a_{21}\lambda_1 + \dots + a_{2m}\lambda_m = 0$$

A függetlenség eldöntése Gauss-eliminációval

Legyen $v_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{bmatrix}, \dots, v_m = \begin{bmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \dots \\ a_{nm} \end{bmatrix}$.

Ekkor a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_m v_m = 0$ az

$$\begin{aligned} a_{11}\lambda_1 + \dots + a_{1m}\lambda_m &= 0 \\ a_{21}\lambda_1 + \dots + a_{2m}\lambda_m &= 0 \\ &\dots \\ a_{n1}\lambda_1 + \dots + a_{nm}\lambda_m &= 0 \end{aligned}$$

A függetlenség eldöntése Gauss-eliminációval

Legyen $v_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{bmatrix}, \dots, v_m = \begin{bmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \dots \\ a_{nm} \end{bmatrix}$.

Ekkor a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_m v_m = 0$ az

$$\begin{aligned} a_{11}\lambda_1 + \dots + a_{1m}\lambda_m &= 0 \\ a_{21}\lambda_1 + \dots + a_{2m}\lambda_m &= 0 \\ &\dots \\ a_{n1}\lambda_1 + \dots + a_{nm}\lambda_m &= 0 \end{aligned}$$

homogén lineáris egyenletrendszert adja

A függetlenség eldöntése Gauss-eliminációval

Legyen $v_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{bmatrix}, \dots, v_m = \begin{bmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \dots \\ a_{nm} \end{bmatrix}$.

Ekkor a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_m v_m = 0$ az

$$a_{11}\lambda_1 + \ldots + a_{1m}\lambda_m = 0$$
$$a_{21}\lambda_1 + \ldots + a_{2m}\lambda_m = 0$$
$$\dots$$
$$a_{n1}\lambda_1 + \ldots + a_{nm}\lambda_m = 0$$

homogén lineáris egyenletrendszert adja a $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m$ ismeretlenekre.

A függetlenség eldöntése Gauss-eliminációval

Legyen $v_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{bmatrix}, \dots, v_m = \begin{bmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \dots \\ a_{nm} \end{bmatrix}$.

Ekkor a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_m v_m = 0$ az

$$\begin{aligned} a_{11}\lambda_1 + \dots + a_{1m}\lambda_m &= 0 \\ a_{21}\lambda_1 + \dots + a_{2m}\lambda_m &= 0 \\ &\dots \\ a_{n1}\lambda_1 + \dots + a_{nm}\lambda_m &= 0 \end{aligned}$$

homogén lineáris egyenletrendszert adja a $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ ismeretlenekre. A $v_1, \dots, v_m$ akkor függetlenek,

A függetlenség eldöntése Gauss-eliminációval

Legyen $v_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{bmatrix}, \dots, v_m = \begin{bmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \dots \\ a_{nm} \end{bmatrix}$.

Ekkor a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_m v_m = 0$ az

$$a_{11}\lambda_1 + \dots + a_{1m}\lambda_m = 0$$
$$a_{21}\lambda_1 + \dots + a_{2m}\lambda_m = 0$$
$$\dots$$
$$a_{n1}\lambda_1 + \dots + a_{nm}\lambda_m = 0$$

homogén lineáris egyenletrendszert adja a $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ ismeretlenekre. A $v_1, \dots, v_m$ akkor függetlenek, ha ennek csak a triviális megoldása van,

A függetlenség eldöntése Gauss-eliminációval

Legyen $v_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{bmatrix}, \dots, v_m = \begin{bmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \dots \\ a_{nm} \end{bmatrix}$.

Ekkor a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_m v_m = 0$ az

$$\begin{aligned} a_{11}\lambda_1 + \dots + a_{1m}\lambda_m &= 0 \\ a_{21}\lambda_1 + \dots + a_{2m}\lambda_m &= 0 \\ &\dots \\ a_{n1}\lambda_1 + \dots + a_{nm}\lambda_m &= 0 \end{aligned}$$

homogén lineáris egyenletrendszert adja a $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ ismeretlenekre. A $v_1, \dots, v_m$ akkor függetlenek, ha ennek csak a triviális megoldása van, azaz ha nincs szabad változó.

A függetlenség eldöntése Gauss-eliminációval

Legyen $v_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{bmatrix}, \dots, v_m = \begin{bmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \dots \\ a_{nm} \end{bmatrix}$.

Ekkor a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \dots + \lambda_m v_m = 0$ az

$$\begin{aligned} a_{11}\lambda_1 + \dots + a_{1m}\lambda_m &= 0 \\ a_{21}\lambda_1 + \dots + a_{2m}\lambda_m &= 0 \\ &\dots \\ a_{n1}\lambda_1 + \dots + a_{nm}\lambda_m &= 0 \end{aligned}$$

homogén lineáris egyenletrendszert adja a $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ ismeretlenekre. A $v_1, \dots, v_m$ akkor függetlenek, ha ennek csak a triviális megoldása van, azaz ha nincs szabad változó.

Következmény: Ha több vektor van, mint a dimenzió,

A függetlenség eldöntése Gauss-eliminációval

Legyen $v_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{bmatrix}, \dots, v_m = \begin{bmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \dots \\ a_{nm} \end{bmatrix}$.

Ekkor a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_m v_m = 0$ az

$$\begin{aligned} a_{11}\lambda_1 + \ldots + a_{1m}\lambda_m &= 0 \\ a_{21}\lambda_1 + \ldots + a_{2m}\lambda_m &= 0 \\ &\dots \\ a_{n1}\lambda_1 + \ldots + a_{nm}\lambda_m &= 0 \end{aligned}$$

homogén lineáris egyenletrendszert adja a $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m$ ismeretlenekre. A $v_1, \ldots, v_m$ akkor függetlenek, ha ennek csak a triviális megoldása van, azaz ha nincs szabad változó.

Következmény: Ha több vektor van, mint a dimenzió, akkor ezek lineárisan összefüggenek

A függetlenség eldöntése Gauss-eliminációval

Legyen $v_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{bmatrix}, \dots, v_m = \begin{bmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \dots \\ a_{nm} \end{bmatrix}$.

Ekkor a $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_m v_m = 0$ az

$$\begin{aligned} a_{11}\lambda_1 + \ldots + a_{1m}\lambda_m &= 0 \\ a_{21}\lambda_1 + \ldots + a_{2m}\lambda_m &= 0 \\ &\dots \\ a_{n1}\lambda_1 + \ldots + a_{nm}\lambda_m &= 0 \end{aligned}$$

homogén lineáris egyenletrendszert adja a $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m$ ismeretlenekre. A $v_1, \ldots, v_m$ akkor függetlenek, ha ennek csak a triviális megoldása van, azaz ha nincs szabad változó.

Következmény: Ha több vektor van, mint a dimenzió, akkor ezek lineárisan összefüggenek (van nemtriviális megoldás).

A függetlenség elemi tulajdonságai

Állítás (HF)

(1) Független vektorrendszerből vektorokat elhagyva független rendszert kapunk.

A függetlenség elemi tulajdonságai

Állítás (HF)

(1) Független vektorrendszerből vektorokat elhagyva független rendszert kapunk. Azaz független rendszer része is független.

A függetlenség elemi tulajdonságai

Állítás (HF)

(1) Független vektorrendszerből vektorokat elhagyva független rendszert kapunk. Azaz független rendszer része is független.

(2) A v vektorból álló egyelemű rendszer akkor és csak akkor független,

A függetlenség elemi tulajdonságai

Állítás (HF)

(1) Független vektorrendszerből vektorokat elhagyva független rendszert kapunk. Azaz független rendszer része is független.

(2) A v vektorból álló egyelemű rendszer akkor és csak akkor független, ha $v \neq 0$.

A függetlenség elemi tulajdonságai

Állítás (HF)

(1) Független vektorrendszerből vektorokat elhagyva független rendszert kapunk. Azaz független rendszer része is független.

(2) A v vektorból álló egyelemű rendszer akkor és csak akkor független, ha $v \neq 0$.

(3) Ha egy vektorrendszerben benne van a nullvektor,

A függetlenség elemi tulajdonságai

Állítás (HF)

(1) Független vektorrendszerből vektorokat elhagyva független rendszert kapunk. Azaz független rendszer része is független.

(2) A v vektorból álló egyelemű rendszer akkor és csak akkor független, ha $v \neq 0$.

(3) Ha egy vektorrendszerben benne van a nullvektor, akkor az összefüggő.

A függetlenség elemi tulajdonságai

Állítás (HF)

(1) Független vektorrendszerből vektorokat elhagyva független rendszert kapunk. Azaz független rendszer része is független.

(2) A v vektorból álló egyelemű rendszer akkor és csak akkor független, ha $v \neq 0$.

(3) Ha egy vektorrendszerben benne van a nullvektor, akkor az összefüggő.

(4) Két nem nulla vektor akkor és csak akkor összefüggő,

A függetlenség elemi tulajdonságai

Állítás (HF)

(1) Független vektorrendszerből vektorokat elhagyva független rendszert kapunk. Azaz független rendszer része is független.

(2) A v vektorból álló egyelemű rendszer akkor és csak akkor független, ha $v \neq 0$.

(3) Ha egy vektorrendszerben benne van a nullvektor, akkor az összefüggő.

(4) Két nem nulla vektor akkor és csak akkor összefüggő, ha mindkettő a másik skalárszorosa.

A függetlenség elemi tulajdonságai

Állítás (HF)

(1) Független vektorrendszerből vektorokat elhagyva független rendszert kapunk. Azaz független rendszer része is független.

(2) A v vektorból álló egyelemű rendszer akkor és csak akkor független, ha $v \neq 0$.

(3) Ha egy vektorrendszerben benne van a nullvektor, akkor az összefüggő.

(4) Két nem nulla vektor akkor és csak akkor összefüggő, ha mindkettő a másik skalárszorosa.

(5) Ha egy rendszerben egy vektor egy másik skalárszorosa,

A függetlenség elemi tulajdonságai

Állítás (HF)

(1) Független vektorrendszerből vektorokat elhagyva független rendszert kapunk. Azaz független rendszer része is független.

(2) A v vektorból álló egyelemű rendszer akkor és csak akkor független, ha $v \neq 0$.

(3) Ha egy vektorrendszerben benne van a nullvektor, akkor az összefüggő.

(4) Két nem nulla vektor akkor és csak akkor összefüggő, ha mindkettő a másik skalárszorosa.

(5) Ha egy rendszerben egy vektor egy másik skalárszorosa, akkor a rendszer összefüggő.

A függetlenség elemi tulajdonságai

Állítás (HF)

(1) Független vektorrendszerből vektorokat elhagyva független rendszert kapunk. Azaz független rendszer része is független.

(2) A v vektorból álló egyelemű rendszer akkor és csak akkor független, ha $v \neq 0$.

(3) Ha egy vektorrendszerben benne van a nullvektor, akkor az összefüggő.

(4) Két nem nulla vektor akkor és csak akkor összefüggő, ha mindkettő a másik skalárszorosa.

(5) Ha egy rendszerben egy vektor egy másik skalárszorosa, akkor a rendszer összefüggő. Speciálisan egy független rendszerben minden vektor csak egyszer szerepelhet.

A rang fogalma

Definíció

A $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorrendszer rangja r, ha

A rang fogalma

Definíció

A $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorrendszer rangja r, ha

(1) Van közöttük r darab lineárisan független;

A rang fogalma

Definíció

A $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorrendszer **rangja** r, ha

(1) Van közöttük r darab lineárisan független;

(2) Nincs közöttük $r+1$ darab lineárisan független.

A rang fogalma

Definíció

A $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorrendszer **rangja** r, ha

(1) Van közöttük r darab lineárisan független;

(2) Nincs közöttük $r+1$ darab lineárisan független.

Vagyis a rang a legnagyobb olyan szám,

A rang fogalma

Definíció

A $v_1, \dots, v_m \in T^n$ vektorrendszer rangja r, ha

(1) Van közöttük r darab lineárisan független;

(2) Nincs közöttük $r+1$ darab lineárisan független.

Vagyis a rang a legnagyobb olyan szám, ahány darab lineárisan független vektort a rendszerből ki lehet választani.

A rang fogalma

Definíció

A $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorrendszer rangja r, ha

(1) Van közöttük r darab lineárisan független;

(2) Nincs közöttük $r+1$ darab lineárisan független.

Vagyis a rang a legnagyobb olyan szám, ahány darab lineárisan független vektort a rendszerből ki lehet választani.
Jelölés: $r(v_1, \ldots, v_m) = r$.

A rang fogalma

Definíció

A $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorrendszer rangja r, ha

(1) Van közöttük r darab lineárisan független;

(2) Nincs közöttük $r+1$ darab lineárisan független.

Vagyis a rang a legnagyobb olyan szám, ahány darab lineárisan független vektort a rendszerből ki lehet választani.
Jelölés: $r(v_1, \ldots, v_m) = r$.

Példa

Az $v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$,

A rang fogalma

Definíció

A $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorrendszer rangja r, ha

(1) Van közöttük r darab lineárisan független;

(2) Nincs közöttük $r+1$ darab lineárisan független.

Vagyis a rang a legnagyobb olyan szám, ahány darab lineárisan független vektort a rendszerből ki lehet választani.

Jelölés: $r(v_1, \ldots, v_m) = r$.

Példa

Az $v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix},$

A rang fogalma

Definíció

A $v_1, \dots, v_m \in T^n$ vektorrendszer rangja r, ha

(1) Van közöttük r darab lineárisan független;

(2) Nincs közöttük $r+1$ darab lineárisan független.

Vagyis a rang a legnagyobb olyan szám, ahány darab lineárisan független vektort a rendszerből ki lehet választani.

Jelölés: $r(v_1, \dots, v_m) = r$.

Példa

Az $v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},$

A rang fogalma

Definíció

A $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorrendszer rangja r, ha

(1) Van közöttük r darab lineárisan független;

(2) Nincs közöttük $r+1$ darab lineárisan független.

Vagyis a rang a legnagyobb olyan szám, ahány darab lineárisan független vektort a rendszerből ki lehet választani.

Jelölés: $r(v_1, \ldots, v_m) = r$.

Példa

Az $v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, v_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

A rang fogalma

Definíció

A $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorrendszer rangja r, ha

(1) Van közöttük r darab lineárisan független;

(2) Nincs közöttük $r+1$ darab lineárisan független.

Vagyis a rang a legnagyobb olyan szám, ahány darab lineárisan független vektort a rendszerből ki lehet választani.
Jelölés: $r(v_1, \ldots, v_m) = r$.

Példa

Az $v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, v_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ rendszer rangja

A rang fogalma

Definíció

A $v_1, \dots, v_m \in T^n$ vektorrendszer rangja r, ha

(1) Van közöttük r darab lineárisan független;

(2) Nincs közöttük $r+1$ darab lineárisan független.

Vagyis a rang a legnagyobb olyan szám, ahány darab lineárisan független vektort a rendszerből ki lehet választani.

Jelölés: $r(v_1, \dots, v_m) = r$.

Példa

Az $v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, v_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ rendszer rangja 1,

A rang fogalma

Definíció

A $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorrendszer rangja r, ha

(1) Van közöttük r darab lineárisan független;

(2) Nincs közöttük $r+1$ darab lineárisan független.

Vagyis a rang a legnagyobb olyan szám, ahány darab lineárisan független vektort a rendszerből ki lehet választani.
Jelölés: $r(v_1, \ldots, v_m) = r$.

Példa

Az $v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, v_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ rendszer rangja 1,
mert v_1 önmagában független,

A rang fogalma

Definíció

A $v_1, \dots, v_m \in T^n$ vektorrendszer rangja r, ha

(1) Van közöttük r darab lineárisan független;

(2) Nincs közöttük $r+1$ darab lineárisan független.

Vagyis a rang a legnagyobb olyan szám, ahány darab lineárisan független vektort a rendszerből ki lehet választani.
Jelölés: $r(v_1, \dots, v_m) = r$.

Példa

Az $v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, v_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ rendszer rangja 1, mert v_1 önmagában független, de bármely két vektor lineárisan összefügg,

A rang fogalma

Definíció

A $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorrendszer rangja r, ha

(1) Van közöttük r darab lineárisan független;

(2) Nincs közöttük $r+1$ darab lineárisan független.

Vagyis a rang a legnagyobb olyan szám, ahány darab lineárisan független vektort a rendszerből ki lehet választani.
Jelölés: $r(v_1, \ldots, v_m) = r$.

Példa

Az $v_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, v_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ rendszer rangja 1, mert v_1 önmagában független, de bármely két vektor lineárisan összefügg, hiszen mindegyik vektor a v_1 skalárszorosa.

A rang tulajdonságai

Tétel

Ha adott a $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ lineárisan független vektorrendszer,

A rang tulajdonságai

Tétel

Ha adott a $v_1, \dots, v_m \in T^n$ lineárisan független vektorrendszer, akkor ez lineárisan független marad, ha

A rang tulajdonságai

Tétel

Ha adott a $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ lineárisan független vektorrendszer, akkor ez lineárisan független marad, ha

(1) Az egyik vektort egy nem nulla skalárral megszorozzuk.

A rang tulajdonságai

Tétel

Ha adott a $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ lineárisan független vektorrendszer, akkor ez lineárisan független marad, ha

(1) Az egyik vektort egy nem nulla skalárral megszorozzuk.

(2) Az egyik vektorból kivonjuk egy másik vektor tetszőleges skalárszorosát.

A rang tulajdonságai

Tétel

Ha adott a $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ lineárisan független vektorrendszer, akkor ez lineárisan független marad, ha

(1) Az egyik vektort egy nem nulla skalárral megszorozzuk.

(2) Az egyik vektorból kivonjuk egy másik vektor tetszőleges skalárszorosát.

Ha $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ tetszőleges vektorrendszer,

A rang tulajdonságai

Tétel

Ha adott a $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ lineárisan független vektorrendszer, akkor ez lineárisan független marad, ha

(1) Az egyik vektort egy nem nulla skalárral megszorozzuk.

(2) Az egyik vektorból kivonjuk egy másik vektor tetszőleges skalárszorosát.

Ha $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ tetszőleges vektorrendszer, akkor az (1) és (2) lépéseknél a rangja nem változik.

A rang tulajdonságai

Tétel

Ha adott a $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ lineárisan független vektorrendszer, akkor ez lineárisan független marad, ha

(1) Az egyik vektort egy nem nulla skalárral megszorozzuk.

(2) Az egyik vektorból kivonjuk egy másik vektor tetszőleges skalárszorosát.

Ha $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ tetszőleges vektorrendszer, akkor az (1) és (2) lépéseknél a rangja nem változik.

Bizonyítás

A függetlenségre vonatkozó állítás könnyű Házi Feladat.

A rang tulajdonságai

Tétel

Ha adott a $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ lineárisan független vektorrendszer, akkor ez lineárisan független marad, ha

(1) Az egyik vektort egy nem nulla skalárral megszorozzuk.

(2) Az egyik vektorból kivonjuk egy másik vektor tetszőleges skalárszorosát.

Ha $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ tetszőleges vektorrendszer, akkor az (1) és (2) lépéseknél a rangja nem változik.

Bizonyítás

A függetlenségre vonatkozó állítás könnyű Házi Feladat.
A rangra vonatkozó állítást a következő félévben igazoljuk,

A rang tulajdonságai

Tétel

Ha adott a $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ lineárisan független vektorrendszer, akkor ez lineárisan független marad, ha

(1) Az egyik vektort egy nem nulla skalárral megszorozzuk.

(2) Az egyik vektorból kivonjuk egy másik vektor tetszőleges skalárszorosát.

Ha $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ tetszőleges vektorrendszer, akkor az (1) és (2) lépéseknél a rangja nem változik.

Bizonyítás

A függetlenségre vonatkozó állítás könnyű Házi Feladat.
A rangra vonatkozó állítást a következő félévben igazoljuk, a generált altér fogalmának felhasználásával.

Maximális független rendszerek

Definíció

Ha adott a $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorrendszer,

Maximális független rendszerek

Definíció

Ha adott a $v_1, \dots, v_m \in T^n$ vektorrendszer, akkor ennek egy részrendszerét maximális független rendszernek nevezzük,

Maximális független rendszerek

Definíció

Ha adott a $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorrendszer, akkor ennek egy részrendszerét maximális független rendszernek nevezzük, ha lineárisan független,

Maximális független rendszerek

Definíció

Ha adott a $v_1, \dots, v_m \in T^n$ vektorrendszer, akkor ennek egy részrendszerét maximális független rendszernek nevezzük, ha lineárisan független, de a kimaradó vektorok bármelyikét hozzávéve már lineárisan összefüggő lesz.

Maximális független rendszerek

Definíció

Ha adott a $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorrendszer, akkor ennek egy részrendszerét **maximális független rendszernek** nevezzük, ha lineárisan független, de a kimaradó vektorok **bármelyikét** hozzávéve már lineárisan összefüggő lesz.

Tétel

Minden maximális független részrendszer elemszáma egyenlő a vektorrendszer r rangjával.

Maximális független rendszerek

Definíció

Ha adott a $v_1, \dots, v_m \in T^n$ vektorrendszer, akkor ennek egy részrendszerét maximális független rendszernek nevezzük, ha lineárisan független, de a kimaradó vektorok bármelyikét hozzávéve már lineárisan összefüggő lesz.

Tétel

Minden maximális független részrendszer elemszáma egyenlő a vektorrendszer r rangjával.
Ezért minden r-nél kevesebb elemű független részrendszer kiegészíthető egy r elemű független rendszerré.

Maximális független rendszerek

Definíció

Ha adott a $v_1, \ldots, v_m \in T^n$ vektorrendszer, akkor ennek egy részrendszerét maximális független rendszernek nevezzük, ha lineárisan független, de a kimaradó vektorok bármelyikét hozzávéve már lineárisan összefüggő lesz.

Tétel

Minden maximális független részrendszer elemszáma egyenlő a vektorrendszer r rangjával.
Ezért minden r-nél kevesebb elemű független részrendszer kiegészíthető egy r elemű független rendszerré.

Bizonyítás: a következő félévben,

Maximális független rendszerek

Definíció

Ha adott a $v_1, \dots, v_m \in T^n$ vektorrendszer, akkor ennek egy részrendszerét maximális független rendszernek nevezzük, ha lineárisan független, de a kimaradó vektorok bármelyikét hozzávéve már lineárisan összefüggő lesz.

Tétel

Minden maximális független részrendszer elemszáma egyenlő a vektorrendszer r rangjával.
Ezért minden r-nél kevesebb elemű független részrendszer kiegészíthető egy r elemű független rendszerré.

Bizonyítás: a következő félévben,
a lineáris függés és a generált altér fogalmának felhasználásával.

A rang kiszámítása Gauss-eliminációval

Tétel

Legyen $v_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{bmatrix}$,

A rang kiszámítása Gauss-eliminációval

Tétel

Legyen $v_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{bmatrix},$

A rang kiszámítása Gauss-eliminációval

Tétel

Legyen $v_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{bmatrix}, \dots, v_m = \begin{bmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \dots \\ a_{nm} \end{bmatrix}$.

A rang kiszámítása Gauss-eliminációval

Tétel

Legyen $v_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{bmatrix}, \dots, v_m = \begin{bmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \dots \\ a_{nm} \end{bmatrix}$.

Végezzük el a Gauss-eliminációt a

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + \dots + a_{1m}x_m &= 0 \\ a_{21}x_1 + \dots + a_{2m}x_m &= 0 \\ &\dots \\ a_{n1}x_1 + \dots + a_{nm}x_m &= 0 \end{aligned}$$

homogén lineáris egyenletrendszer esetében.

A rang kiszámítása Gauss-eliminációval

Tétel

Legyen $v_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{bmatrix}, \dots, v_m = \begin{bmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \dots \\ a_{nm} \end{bmatrix}$.

Végezzük el a Gauss-eliminációt a

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1m}x_m &= 0 \\ a_{21}x_1 + \ldots + a_{2m}x_m &= 0 \\ &\dots \\ a_{n1}x_1 + \ldots + a_{nm}x_m &= 0 \end{aligned}$$

homogén lineáris egyenletrendszer esetében.

Ekkor a $v_1, \dots, v_m$ rendszer rangja

A rang kiszámítása Gauss-eliminációval

Tétel

Legyen $v_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{bmatrix}, \dots, v_m = \begin{bmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \dots \\ a_{nm} \end{bmatrix}$.

Végezzük el a Gauss-eliminációt a

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + \dots + a_{1m}x_m &= 0 \\ a_{21}x_1 + \dots + a_{2m}x_m &= 0 \\ &\dots \\ a_{n1}x_1 + \dots + a_{nm}x_m &= 0 \end{aligned}$$

homogén lineáris egyenletrendszer esetében.

Ekkor a $v_1, \dots, v_m$ rendszer rangja a vezéregyesek száma.

A rang kiszámítása Gauss-eliminációval

Tétel

Legyen $v_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{bmatrix}, \dots, v_m = \begin{bmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \dots \\ a_{nm} \end{bmatrix}$.

Végezzük el a Gauss-eliminációt a

$$\begin{array}{c} a_{11}x_1 + \dots + a_{1m}x_m = 0 \\ a_{21}x_1 + \dots + a_{2m}x_m = 0 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + \dots + a_{nm}x_m = 0 \end{array}$$

homogén lineáris egyenletrendszer esetében.

Ekkor a $v_1, \dots, v_m$ rendszer rangja a vezéregyesek száma.

A bizonyítás ötlete: lásd később.

Mátrix rangja

F3.4.1. Definíció

Az M mátrix **oszloprangja** az oszlopaiból álló vektorrendszer rangja.

Mátrix rangja

F3.4.1. Definíció

Az M mátrix **oszloprangja** az oszlopaiból álló vektorrendszer rangja.
Az M **sorrangja** a soraiból álló vektorrendszer rangja.

Mátrix rangja

F3.4.1. Definíció

Az M mátrix oszloprangja az oszlopaiból álló vektorrendszer rangja.
Az M sorrangja a soraiból álló vektorrendszer rangja.

F3.4.2. Tétel

Minden M mátrixnak megegyezik a sor- és oszloprangja.

Mátrix rangja

F3.4.1. Definíció

Az M mátrix oszloprangja az oszlopaiból álló vektorrendszer rangja.
Az M sorrangja a soraiból álló vektorrendszer rangja.

F3.4.2. Tétel

Minden M mátrixnak megegyezik a sor- és oszloprangja.
Ez a mátrix rangja,

Mátrix rangja

F3.4.1. Definíció

Az M mátrix oszloprangja az oszlopaiból álló vektorrendszer rangja.
Az M sorrangja a soraiból álló vektorrendszer rangja.

F3.4.2. Tétel

Minden M mátrixnak megegyezik a sor- és oszloprangja.
Ez a mátrix rangja, jele $r(M)$.

Mátrix rangja

F3.4.1. Definíció

Az M mátrix oszloprangja az oszlopaiból álló vektorrendszer rangja.
Az M sorrangja a soraiból álló vektorrendszer rangja.

F3.4.2. Tétel

Minden M mátrixnak megegyezik a sor- és oszloprangja.
Ez a mátrix rangja, jele $r(M)$.

Bizonyításvázlat: Végezzük el a Gauss-eliminációt a mátrix sorain.

Mátrix rangja

F3.4.1. Definíció

Az M mátrix oszloprangja az oszlopaiból álló vektorrendszer rangja.
Az M sorrangja a soraiból álló vektorrendszer rangja.

F3.4.2. Tétel

Minden M mátrixnak megegyezik a sor- és oszloprangja.
Ez a mátrix rangja, jele $r(M)$.

Bizonyításvázlat: Végezzük el a Gauss-eliminációt a mátrix sorain.
Sem a sorrang, sem az oszloprang nem változik közben.

Mátrix rangja

F3.4.1. Definíció

Az M mátrix oszloprangja az oszlopaiból álló vektorrendszer rangja.
Az M sorrangja a soraiból álló vektorrendszer rangja.

F3.4.2. Tétel

Minden M mátrixnak megegyezik a sor- és oszloprangja.
Ez a mátrix rangja, jele $r(M)$.

Bizonyításvázlat: Végezzük el a Gauss-eliminációt a mátrix sorain. Sem a sorrang, sem az oszloprang nem változik közben. Az eliminált alakban a sorok és az oszlopok között is azok a vektorok alkotnak maximális független rendszert,

Mátrix rangja

F3.4.1. Definíció

Az M mátrix oszloprangja az oszlopaiból álló vektorrendszer rangja.
Az M sorrangja a soraiból álló vektorrendszer rangja.

F3.4.2. Tétel

Minden M mátrixnak megegyezik a sor- és oszloprangja.
Ez a mátrix rangja, jele $r(M)$.

Bizonyításvázlat: Végezzük el a Gauss-eliminációt a mátrix sorain. Sem a sorrang, sem az oszloprang nem változik közben. Az eliminált alakban a sorok és az oszlopok között is azok a vektorok alkotnak maximális független rendszert, amelyekben van vezéregyes.

Mátrix rangja

F3.4.1. Definíció

Az M mátrix oszloprangja az oszlopaiból álló vektorrendszer rangja.
Az M sorrangja a soraiból álló vektorrendszer rangja.

F3.4.2. Tétel

Minden M mátrixnak megegyezik a sor- és oszloprangja.
Ez a mátrix rangja, jele $r(M)$.

Bizonyításvázlat: Végezzük el a Gauss-eliminációt a mátrix sorain. Sem a sorrang, sem az oszloprang nem változik közben. Az eliminált alakban a sorok és az oszlopok között is azok a vektorok alkotnak maximális független rendszert, amelyekben van vezéregyes.

A mátrix rangjának kiszámításakor

Mátrix rangja

F3.4.1. Definíció

Az M mátrix oszloprangja az oszlopaiból álló vektorrendszer rangja.
Az M sorrangja a soraiból álló vektorrendszer rangja.

F3.4.2. Tétel

Minden M mátrixnak megegyezik a sor- és oszloprangja.
Ez a mátrix rangja, jele $r(M)$.

Bizonyításvázlat: Végezzük el a Gauss-eliminációt a mátrix sorain. Sem a sorrang, sem az oszloprang nem változik közben. Az eliminált alakban a sorok és az oszlopok között is azok a vektorok alkotnak maximális független rendszert, amelyekben van vezéregyes.

A mátrix rangjának kiszámításakor mind a sorokkal,

Mátrix rangja

F3.4.1. Definíció

Az M mátrix oszloprangja az oszlopaiból álló vektorrendszer rangja.
Az M sorrangja a soraiból álló vektorrendszer rangja.

F3.4.2. Tétel

Minden M mátrixnak megegyezik a sor- és oszloprangja.
Ez a mátrix rangja, jele $r(M)$.

Bizonyításvázlat: Végezzük el a Gauss-eliminációt a mátrix sorain. Sem a sorrang, sem az oszloprang nem változik közben. Az eliminált alakban a sorok és az oszlopok között is azok a vektorok alkotnak maximális független rendszert, amelyekben van vezéregyes.

A mátrix rangjának kiszámításakor mind a sorokkal, mind az oszlopokkal

Mátrix rangja

F3.4.1. Definíció

Az M mátrix oszloprangja az oszlopaiból álló vektorrendszer rangja.
Az M sorrangja a soraiból álló vektorrendszer rangja.

F3.4.2. Tétel

Minden M mátrixnak megegyezik a sor- és oszloprangja.
Ez a mátrix rangja, jele $r(M)$.

Bizonyításvázlat: Végezzük el a Gauss-eliminációt a mátrix sorain. Sem a sorrang, sem az oszloprang nem változik közben. Az eliminált alakban a sorok és az oszlopok között is azok a vektorok alkotnak maximális független rendszert, amelyekben van vezéregyes.

A mátrix rangjának kiszámításakor mind a sorokkal, mind az oszlopokkal szabad Gauss-eliminációs lépéseket tenni.

Szorzat rangja, egyoldali inverz

Tétel (F5.7.12. Feladat)

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora,

Szorzat rangja, egyoldali inverz

Tétel (F5.7.12. Feladat)

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja:

Szorzat rangja, egyoldali inverz

Tétel (F5.7.12. Feladat)

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \leq r(M)$

Szorzat rangja, egyoldali inverz

Tétel (F5.7.12. Feladat)

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \leq r(M)$ és $r(MN) \leq r(N)$.

Szorzat rangja, egyoldali inverz

Tétel (F5.7.12. Feladat)

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \leq r(M)$ és $r(MN) \leq r(N)$.

Definíció

Ha az M és N mátrixok MN szorzata az E_n egységmátrix,

Szorzat rangja, egyoldali inverz

Tétel (F5.7.12. Feladat)

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \leq r(M)$ és $r(MN) \leq r(N)$.

Definíció

Ha az M és N mátrixok MN szorzata az E_n egységmátrix, akkor M balinverze N-nek,

Szorzat rangja, egyoldali inverz

Tétel (F5.7.12. Feladat)

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \leq r(M)$ és $r(MN) \leq r(N)$.

Definíció

Ha az M és N mátrixok MN szorzata az E_n egységmátrix, akkor M balinverze N-nek, N pedig jobbinverze M-nek.

Szorzat rangja, egyoldali inverz

Tétel (F5.7.12. Feladat)

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \leq r(M)$ és $r(MN) \leq r(N)$.

Definíció

Ha az M és N mátrixok MN szorzata az E_n egységmátrix, akkor M balinverze N-nek, N pedig jobbinverze M-nek.

F3.5.2. Tétel

Ha egy mátrixnak van bal- és jobbinverze is, akkor négyzetes.

Szorzat rangja, egyoldali inverz

Tétel (F5.7.12. Feladat)

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \leq r(M)$ és $r(MN) \leq r(N)$.

Definíció

Ha az M és N mátrixok MN szorzata az E_n egységmátrix, akkor M balinverze N-nek, N pedig jobbinverze M-nek.

F3.5.2. Tétel

Ha egy mátrixnak van bal- és jobbinverze is, akkor négyzetes.
Az $M \in T^{n \times n}$ akkor és csak akkor invertálható,

Szorzat rangja, egyoldali inverz

Tétel (F5.7.12. Feladat)

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \leq r(M)$ és $r(MN) \leq r(N)$.

Definíció

Ha az M és N mátrixok MN szorzata az E_n egységmátrix, akkor M balinverze N-nek, N pedig jobbinverze M-nek.

F3.5.2. Tétel

Ha egy mátrixnak van bal- és jobbinverze is, akkor négyzetes.
Az $M \in T^{n \times n}$ akkor és csak akkor invertálható, ha rangja n.

Szorzat rangja, egyoldali inverz

Tétel (F5.7.12. Feladat)

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \leq r(M)$ és $r(MN) \leq r(N)$.

Definíció

Ha az M és N mátrixok MN szorzata az E_n egységmátrix, akkor M balinverze N-nek, N pedig jobbinverze M-nek.

F3.5.2. Tétel

Ha egy mátrixnak van bal- és jobbinverze is, akkor négyzetes.
Az $M \in T^{n \times n}$ akkor és csak akkor invertálható, ha rangja n.
Ha $M, N \in T^{n \times n}$ és $MN = E_n$,

Szorzat rangja, egyoldali inverz

Tétel (F5.7.12. Feladat)

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \leq r(M)$ és $r(MN) \leq r(N)$.

Definíció

Ha az M és N mátrixok MN szorzata az E_n egységmátrix, akkor M balinverze N-nek, N pedig jobbinverze M-nek.

F3.5.2. Tétel

Ha egy mátrixnak van bal- és jobbinverze is, akkor négyzetes.
Az $M \in T^{n \times n}$ akkor és csak akkor invertálható, ha rangja n.
Ha $M, N \in T^{n \times n}$ és $MN = E_n$, akkor $NM = E_n$.

Szorzat rangja, egyoldali inverz

Tétel (F5.7.12. Feladat)

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \leq r(M)$ és $r(MN) \leq r(N)$.

Definíció

Ha az M és N mátrixok MN szorzata az E_n egységmátrix, akkor M balinverze N-nek, N pedig jobbinverze M-nek.

F3.5.2. Tétel

Ha egy mátrixnak van bal- és jobbinverze is, akkor négyzetes.
Az $M \in T^{n \times n}$ akkor és csak akkor invertálható, ha rangja n.
Ha $M, N \in T^{n \times n}$ és $MN = E_n$, akkor $NM = E_n$.
Ezért a négyzetes mátrixok között a balinverz

Szorzat rangja, egyoldali inverz

Tétel (F5.7.12. Feladat)

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \leq r(M)$ és $r(MN) \leq r(N)$.

Definíció

Ha az M és N mátrixok MN szorzata az E_n egységmátrix, akkor M balinverze N-nek, N pedig jobbinverze M-nek.

F3.5.2. Tétel

Ha egy mátrixnak van bal- és jobbinverze is, akkor négyzetes.
Az $M \in T^{n \times n}$ akkor és csak akkor invertálható, ha rangja n.
Ha $M, N \in T^{n \times n}$ és $MN = E_n$, akkor $NM = E_n$.
Ezért a négyzetes mátrixok között a balinverz
(és ugyanúgy a jobbinverz)

Szorzat rangja, egyoldali inverz

Tétel (F5.7.12. Feladat)

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \le r(M)$ és $r(MN) \le r(N)$.

Definíció

Ha az M és N mátrixok MN szorzata az E_n egységmátrix, akkor M balinverze N-nek, N pedig jobbinverze M-nek.

F3.5.2. Tétel

Ha egy mátrixnak van bal- és jobbinverze is, akkor négyzetes.
Az $M \in T^{n \times n}$ akkor és csak akkor invertálható, ha rangja n.
Ha $M, N \in T^{n \times n}$ és $MN = E_n$, akkor $NM = E_n$.
Ezért a négyzetes mátrixok között a balinverz (és ugyanúgy a jobbinverz) egyben kétoldali inverz is.

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett, szorzat.

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett, szorzat.
Egységmátrix, egy- és kétoldali inverz, transzponált.

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett, szorzat.
Egységmátrix, egy- és kétoldali inverz, transzponált.
Vektorok lineáris kombinációja, lineáris függetlensége.

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett, szorzat.
Egységmátrix, egy- és kétoldali inverz, transzponált.
Vektorok lineáris kombinációja, lineáris függetlensége.
Maximális független rendszer.

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett, szorzat.
Egységmátrix, egy- és kétoldali inverz, transzponált.
Vektorok lineáris kombinációja, lineáris függetlensége.
Maximális független rendszer.
Vektorrendszer és mátrix rangja (sor- és oszloprang).

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett, szorzat.
Egységmátrix, egy- és kétoldali inverz, transzponált.
Vektorok lineáris kombinációja, lineáris függetlensége.
Maximális független rendszer.
Vektorrendszer és mátrix rangja (sor- és oszloprang).

Tételek

A mátrixok és vektorok műveleti tulajdonságai.

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett, szorzat.
Egységmátrix, egy- és kétoldali inverz, transzponált.
Vektorok lineáris kombinációja, lineáris függetlensége.
Maximális független rendszer.
Vektorrendszer és mátrix rangja (sor- és oszloprang).

Tételek

A mátrixok és vektorok műveleti tulajdonságai.
A nullosztómentesség és a kommutativitás nem teljesül általában.

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett, szorzat.
Egységmátrix, egy- és kétoldali inverz, transzponált.
Vektorok lineáris kombinációja, lineáris függetlensége.
Maximális független rendszer.
Vektorrendszer és mátrix rangja (sor- és oszloprang).

Tételek

A mátrixok és vektorok műveleti tulajdonságai.
A nullosztómentesség és a kommutativitás nem teljesül általában.
Az inverz, függetlenség, rang kiszámítása Gauss-eliminációval.

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett, szorzat.
Egységmátrix, egy- és kétoldali inverz, transzponált.
Vektorok lineáris kombinációja, lineáris függetlensége.
Maximális független rendszer.
Vektorrendszer és mátrix rangja (sor- és oszloprang).

Tételek

A mátrixok és vektorok műveleti tulajdonságai.
A nullosztómentesség és a kommutativitás nem teljesül általában.
Az inverz, függetlenség, rang kiszámítása Gauss-eliminációval.
A függetlenség és a rang elemi tulajdonságai.

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett, szorzat.
Egységmátrix, egy- és kétoldali inverz, transzponált.
Vektorok lineáris kombinációja, lineáris függetlensége.
Maximális független rendszer.
Vektorrendszer és mátrix rangja (sor- és oszloprang).

Tételek

A mátrixok és vektorok műveleti tulajdonságai.
A nullosztómentesség és a kommutativitás nem teljesül általában.
Az inverz, függetlenség, rang kiszámítása Gauss-eliminációval.
A függetlenség és a rang elemi tulajdonságai.
A sorrang és az oszloprang egyenlősége.

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett, szorzat.
Egységmátrix, egy- és kétoldali inverz, transzponált.
Vektorok lineáris kombinációja, lineáris függetlensége.
Maximális független rendszer.
Vektorrendszer és mátrix rangja (sor- és oszloprang).

Tételek

A mátrixok és vektorok műveleti tulajdonságai.
A nullosztómentesség és a kommutativitás nem teljesül általában.
Az inverz, függetlenség, rang kiszámítása Gauss-eliminációval.
A függetlenség és a rang elemi tulajdonságai.
A sorrang és az oszloprang egyenlősége. Becslés a szorzat rangjára.

Az 5. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Mátrixműveletek: összeg, skalárszoros, nulla, ellentett, szorzat.
Egységmátrix, egy- és kétoldali inverz, transzponált.
Vektorok lineáris kombinációja, lineáris függetlensége.
Maximális független rendszer.
Vektorrendszer és mátrix rangja (sor- és oszloprang).

Tételek

A mátrixok és vektorok műveleti tulajdonságai.
A nullosztómentesség és a kommutativitás nem teljesül általában.
Az inverz, függetlenség, rang kiszámítása Gauss-eliminációval.
A függetlenség és a rang elemi tulajdonságai.
A sorrang és az oszloprang egyenlősége. Becslés a szorzat rangjára.
Ha egy négyzetes mátrix balinvertálható, akkor jobbinvertálható is.