Bsc algebra1 gyakorlat

Második zárthelyi (2011. december 13.)

Mind a hat feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Használni semmilyen segédeszközt nem lehet, kalkulátort, mobiltelefont sem. A nevet és a kódot **OLVASHATÓ NYOMTATOTT NAGYBETŰKKEL** kérjük beírni.

Név: ____________________ EHA-kód: __________ Gyakvez: ÁI KE ZG

1. Számítsuk ki az alábbi mátrix köbének inverzét, determinánsát és rangját.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. $(3+3$ pont$)$

$a)$ Számítsuk ki az alábbi determinánst.

$$\begin{vmatrix} b & 2 & 3 & 4 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & b & 4 & 5 & 6 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & 6 & 7 & b \\ 0 & 0 & b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$b)$ Mely k és m értékekre lesz az 5×5-ös determináns definíciójában az $a_{23}a_{11}a_{3k}a_{5m}a_{45}$ tag előjele $-$?

3. Mely $c \in \mathbb{C}$ értékekre lesz a $2x^5 + cx^4 - cx^3 + 5x + 4$ polinom gyökeinek négyzetösszege és a gyökök reciprokainak összege egyenlő?

4. (3 + 3 pont)

a) Végezzük el az $x^3 + x^2 + 2 : 2x^2 + i$ maradékos osztást ($\mathbb{C}$ fölött).

b) Mi lesz a maradék, ha $x^n + 1$-et maradékosan elosztjuk $x^2 - 1$-gyel?

5. (3 + 3 pont)

a) Az n egész szám mely értékei esetén alkalmazható a $14x^6 + nx + 150$ polinomra a Schönemann–Eisenstein-kritérium? Hány ilyen n van a $[10, 15]$ zárt intervallumban?

b) Adjunk meg egy olyan c egész számot, melyre $2x^3 + x^2 + x + c$ irreducibilis lesz $\mathbb{Q}$ fölött.

6. Számítsuk ki a $\Phi_{16}(x)$ körosztási polinomot, adjuk meg egy negatív valós részű gyökét trigonometrikus alakban, majd bontsuk irreducibilisek szorzatára $\mathbb{Z}_2$ fölött.