

## Bsc algebra1 gyakorlat

*Második zárthelyi (2011. december 9.)*

Mind a hat feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Használni semmilyen segédeszközt nem lehet, kalkulátort, mobiltelefont sem. A nevet és a kódot **OLVASHATÓ NYOMTATOTT NAGYBETŰKKEL** kérjük beírni.

Név: \_\_\_\_\_ EHA-kód: \_\_\_\_\_ Gyakvez: ÁI KE ZG

1. Számítsuk ki az alábbi mátrix négyzetének inverzét, determinánsát és rangját.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

2. (3 + 3 pont)

a) Mely  $b$  értékekre lesz az alábbi determináns nulla?

$$\begin{vmatrix} b & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & b & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

b) Állapítsuk meg az  $5 \times 5$ -ös determináns definíciójában az  $a_{23}a_{51}a_{34}a_{12}a_{45}$  tag előjelét.

- 3.** Mely  $c$  és  $d$  értékekre lesz a  $2x^4 + x^3 + cx^2 - x + d$  polinom gyökeinek négyzetösszege és a gyökök reciprokaiknak összege egyaránt 1?

4. (3 + 3 pont)

a) Végezzük el az  $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 : x^2 + x + 1$  maradékos osztást.

b) Mely  $n$  egészekre osztható  $x^n + 1$  maradék nélkül  $x^2 + 1$ -gyel?

5. (3 + 3 pont)

a) Az  $n$  egész szám mely értékei esetén alkalmazható az  $nx^6 + 30x + 5n$  polinomra a Schönemann–Eisenstein-kritérium? Hány ilyen  $n$  van az  $[1, 5]$  zárt intervallumban?

b) Irreducibilis-e  $\mathbb{Q}$  fölött a  $2x^3 + x^2 + x - 1$  polinom?

- 6.** Számítsuk ki a  $\Phi_{10}(x)$  körosztási polinomot, adjuk meg egy negatív valós részű gyökét trigonometrikus alakban, majd bontsuk irreducibilisek szorzatára  $\mathbb{Z}_2$  fölött.