Bsc algebra1 gyakorlat

Első zárthelyi (2011. október 18.)

Mind a hat feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Használni semmilyen segédeszközt nem lehet, kalkulátort, mobiltelefont sem. A nevet és a kódot **OLVASHATÓ NYOMTATOTT NAGYBETŰKKEL** kérjük beírni.

Név: ______________________ EHA-kód: ______________ Gyakvez: ÁI KE ZG

1. Határozzuk meg és ábrázoljuk az alábbi két egyenlet megoldásainak halmazát a komplex számsíkon.

a) $\mathrm{Im}(\overline{w} + 2i + 2) - \mathrm{Re}(w - i - 1) = |3 + 4i|$ (3 pont).

b) $z^2 + (i - 3)z + (2 - 6i) = 0$ (3 pont).

2. Számítsuk ki a $-8-8\sqrt{3}i$ szám negyedik gyökeit, majd írjuk őket át algebrai alakba.

3. Adjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi egyenletrendszer általános megoldását (3 pont).

$$\begin{aligned} -1\,x + 5\,y - 3\,z &= 1 \\ 3\,x - 14\,y + 13\,z &= 2 \\ 4\,x - 19\,y + 16\,z &= 1 \end{aligned}$$

Határozzuk meg az összes megoldást, amelyre $yz = 1$ (3 pont).

4. Határozzuk meg a $2x^3 + 5x^2 + 5x + 3$ polinom racionális gyökeit (3 pont), és írjuk föl a polinomot gyöktényezős alakban (3 pont).

Külön lapra:

5. Létezik-e olyan f valós együtthatós polinom, melynek a 2 szám pontosan hatszoros gyöke, és az $f(x)^2 - (x-2)^6 f(x)$ polinomnak a 2 szám pontosan tizenháromszoros gyöke?

6. Számítsuk ki a

$$\sum_{j=0}^{2011} (-1)^j i^{-j} \binom{2011}{j}$$

összeg valós részét.