

NÉV: _____

ELTE AZONOSÍTÓ: _____

II. rész (60 perc). Minden válaszáért 0 vagy 1 pont jár (negatív pontszám nincs). Indokolni nem kell. Aki elér legalább 10 pontot (és az I. részből is legalább hetet), annak a dolgozata már legalább elégséges; aki viszont nem éri el a 8 pontot, azé biztosan elégtelen (ez utóbbi esetben a harmadik részt ki sem javítjuk). A többi esetben a vizsga eredményessége a másik két részre kapott pontszámtól függ, a részletek és a ponthatárok a harmadik rész feladatlapján találhatóak.

11. Írjuk föl a $z, w \in \mathbb{C}$ pontok távolságát az abszolút érték fogalmának felhasználásával.

12. Hány fokok lehet egy tisztán képzetes szám szöge?

13. Ha $z = r(\cos \alpha + i \sin \alpha)$ trigonometrikus alakú komplex szám, akkor mennyi \bar{z}/z^6 szöge?

14. Határozzuk meg $\cos 201^\circ + i \sin 201^\circ$ rendjét.

15. Adjunk meg egy \mathbb{R} fölötti lineáris egyenletrendszer, amelyben 2 ismeretlen, 3 egyenlet van és egyértelmű a megoldás.

16. Egy k ismeretlenes, n egyenletből álló lineáris egyenletrendszer megoldásakor ℓ szabad változó keletkezik. Mennyi az egyenletrendszer mátrixának a rangja?

17. Mikor lehet megszorozni egy k sorból és n oszlopból álló mátrixot egy ℓ magas oszlopvektorral **balról**?

18. Írjuk föl $\begin{pmatrix} u & w \\ x & y \end{pmatrix}$ inverzét (feltéve, hogy létezik).

19. Egy 4×4 -es mátrixot megszorozunk 2-vel, transzponáljuk, majd kicseréljük az első és a harmadik sorát. Hányszorosára változik a determinánsa?

20. Írjunk föl egy permutációt S_4 -ben, aminek 6 inverziója van.

21. Hányszoros gyöke $2(x - 2)^4 + 3(x - 2)^3 \in \mathbb{R}[x]$ -nek a 2?

22. Adjunk meg két különböző $f \in \mathbb{Z}_3[x]$ polinomot, melyhez azonosan nulla polinomfüggvény tartozik.

23. Adjunk ellenpéldát az alábbi állításra: minden z komplex számra és f polinomra z és \bar{z} ugyanannyiszoros gyökei f -nek.

24. Mi a hányados és a maradék, ha $x^{100} + x^2$ -et maradékosan elosztjuk x^3 -nel?

25. Adjunk példát olyan polinomra, ami mutatja, hogy \mathbb{R} fölött nem érvényes az algebra alaptételének megfelelő állítás.

26. Adjunk meg egy n számot úgy, hogy $2x^7 + 30x^5 + 9n$ -re érvényes legyen a Schönemann–Eisenstein-kritérium feltétele.

27. Bontsuk $6x^2$ -et irreducibilisek szorzatára \mathbb{Z} fölött. Hány tényező keletkezik?

28. Hány olyan komplex szám van, amelynek egész kitevős hatványai pontosan a huszadik egységgyököket adják?

29. Adjunk meg egy olyan polinomot \mathbb{Z}_8 fölött, aminek több gyöke van, mint a foka, és adjuk is meg a gyökeket.

30. Számítsuk ki a \mathbb{Z}_{11} testben $(5 + 8)/3$ értékét.