

NÉV: _____

ELTE AZONOSÍTÓ: _____

II. rész (60 perc). Minden válaszáért 0 vagy 1 pont jár (negatív pontszám nincs). Indokolni nem kell. Aki elér legalább 10 pontot (és az I. részből is legalább hetet), annak a dolgozata már legalább elégséges; aki viszont nem éri el a 8 pontot, azé biztosan elégtelen (ez utóbbi esetben a harmadik részt ki sem javítjuk). A többi esetben a vizsga eredményessége a másik két részre kapott pontszámtól függ, a részletek és a ponthatárok a harmadik rész feladatlapján találhatóak.

11. Ha $z \in \mathbb{C}$, akkor mennyi $\text{Im}(z + \bar{z} + i) + i$? 12. Adjunk példát, ami mutatja, hogy a $|z + w| = |z| + |w|$ azonosság nem érvényes \mathbb{C} -ben. 13. Ha $z = r(\cos \alpha + i \sin \alpha)$, akkor mennyi $1/z^2$ hossza? 14. Írjunk föl egy olyan 9 rendű komplex számot, aminek valós része is, képzetes része is negatív. 15. Adjunk meg egy \mathbb{R} fölötti lineáris egyenletrendszer, amiben 2 szabad változó keletkezik, és nincs megoldása. 16. Mondjuk ki a szorzatmátrix rangjának felső becsléséről szóló állítást. 17. Mikor lehet megszorozni egy k sorból és n oszlopból álló mátrixot egy ℓ magas oszlopvektorral jobbról? 18. Mikor alkalmazható a $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ a & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ lineáris egyenletrendszer megoldására a Cramer-szabály? 19. Ha $M, N \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$, $\det(M) = 2$ és $\det(N) = i$, akkor mennyi $\det(3MN^{-1}M)$? 20. Hány páratlan permutáció van S_4 -ben?

21. Az $f(x) + x^7 + 3x + 2$ polinomnak nincs foka. Mennyi $\text{gr}(f)$?

22. Emeljük ki $x^6 + 1 \in \mathbb{Z}_2[x]$ -ből az 1 gyökhöz tartozó gyöktényezőt.

23. Mely n egész számokra igaz, hogy $\mathbb{Z}[x]$ -ben minden polinom maradékosan elosztható az nx^7 polinommal?

24. Mi az $(x + 1)^7 x^2$ és az $(x + 1)^5 x^3 (x - 1)$ polinomok kitüntetett közös osztója?

25. Adjunk ellenpéldát a következő állításra: minden komplex együtthatós polinomnak van gyöke a komplex számok között.

26. Mely $c \in \mathbb{Z}$ esetén irreducibilis \mathbb{Q} fölött $x^2 + cx + 1$?

27. Adjunk meg egy olyan másodfokú, egész együtthatós polinomot, ami \mathbb{Q} fölött irreducibilis, de \mathbb{Z} fölött nem.

28. Kilencedrendű szám hatodik hatványa hányadrendű?

29. Mely **szokásos** (nullosztómentes, kommutatív, egységelemes) gyűrűk fölött határozza meg a polinomfüggvény egyértelműen a polinomot?

30. Mondjuk ki a Casus Irreducibilis tételét.