

NÉV: _____

ELTE AZONOSÍTÓ: _____

II. rész (60 perc). Minden válaszáért 0 vagy 1 pont jár (negatív pontszám nincs). Indokolni nem kell. Aki elér legalább 10 pontot (és az I. részből is legalább hetet), annak a dolgozata már legalább elégséges; aki viszont nem éri el a 8 pontot, azé biztosan elégtelen (ez utóbbi esetben a harmadik részt ki sem javítjuk). A többi esetben a vizsga eredményessége a másik két részre kapott pontszámtól függ, a részletek és a ponthatárok a harmadik rész feladatlapján találhatóak.

11. Ha $z \in \mathbb{C}$, akkor mennyi $\operatorname{Im}(\operatorname{Re}(\bar{z})) - \operatorname{Im}(|z|) + i$?

 i 12. Soroljuk föl $60(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$ hatodik gyökeinek a szögeit. $10^\circ, 70^\circ, 130^\circ, 190^\circ, 250^\circ, 310^\circ.$

13. Ha $z = r(\cos \alpha + i \sin \alpha)$, akkor mennyi $1/z^2$ szöge?

 -2α 14. Hányadik primitív egységgyök lesz $\cos 279^\circ + i \sin 279^\circ$?

40-edik.

15. Egy \mathbb{R} fölötti homogén lineáris egyenletrendszerben 2 szabad változó keletkezik. Hány megoldása van?

Végtelen sok.

16. Adjunk meg három lineárisan összefüggő vektort úgy, hogy bármely kettő lineárisan független legyen.

Pl. $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 17. Milyen $M \in \mathbb{R}^{k \times 7}$ márixokra értelmes az $M - MM^T$ kifejezés? $k = 7$ 18. Számítsuk ki $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ b & c & 1 \end{pmatrix}$ inverzében a harmadik sor második elemét. $-c$ 19. Egy 2012×2012 -es determináns értéke 3. Az első sorát legfeljebb feljebb csúsztatjuk. Mennyi a kapott determináns értéke? -3 20. Adjunk példát két olyan negyedfokú polinomra \mathbb{Z}_4 fölött, melyek összege harmadfokú.Pl. x^4 és $-x^4 + x^3$

21. Keressünk egy olyan normált, harmadfokú $\mathbb{C}[x]$ -beli polinomot, amelynek i pontosan kétszeres gyöke.

$$x(x - i)^2$$

22. A valós együtthatós $x^3 + px + q$ polinomnak gyöke az i . Mennyi lesz q ?

$$q = 0$$

23. Mennyi a hányados, ha egy tizedfokú polinomot osztunk maradékosan egy huszadfokúval?

$$0$$

24. Mik az egységek (invertálható elemek) a \mathbb{Z}_8 gyűrűben?

$$1, 3, 5, 7$$

25. Mely $c \in \mathbb{R}$ esetén irreducibilis \mathbb{C} fölött $cx^2 + cx + 1$?

Nincs ilyen c .

26. Adjunk meg egy ötödfokú, egész együtthatós polinomot, amely nem irreducibilis \mathbb{Q} fölött, de nincs racionális gyöke.

$$\text{Pl. } (x^2 + 1)(x^3 - 2)$$

27. Írjuk föl $2x$ nemtriviális felbontásait $\mathbb{Z}[x]$ -ben.

$$2 \cdot x = x \cdot 2 = (-2) \cdot (-x) = (-x) \cdot (-2)$$

28. Hány 18-adrendű komplex szám van?

$$\varphi(18) = 6$$

29. Adjunk példát nullosztóra a $\mathbb{Z}_6[x]$ gyűrű nem konstans polinomjai között.

$$\text{Pl. } 2x, \text{ mert } (2x)(3x) = 0.$$

30. A valós együtthatós $x^3 + px + q$ polinomnak van kétszeres gyöke. Multiplicitással számolva hány valós gyöke van az $x^3 + px - q$ polinomnak? Emlékeztetőül Cardano képlete:

$$\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

$$3 \text{ (mert } D \text{ nem változik, azaz } 0 \text{ marad).}$$