

NÉV: \_\_\_\_\_

ELTE AZONOSÍTÓ: \_\_\_\_\_

**II. rész (60 perc).** Minden válaszáért 0 vagy 1 pont jár (negatív pontszám nincs). Indokolni nem kell. Aki elér legalább 10 pontot (és az I. részből is legalább hetet), annak a dolgozata már legalább elégséges; aki viszont nem éri el a 8 pontot, azé biztosan elégtelen (ez utóbbi esetben a harmadik részt ki sem javítjuk). A többi esetben a vizsga eredményessége a másik két részre kapott pontszámtól függ, a részletek és a ponthatárok a harmadik rész feladatlapján találhatóak.

11. Ha  $z \in \mathbb{C}$ , akkor mennyi  $\operatorname{Im}(\operatorname{Re}(\bar{z})) - \operatorname{Im}(|z|) + i$ ?

12. Soroljuk föl  $60(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$  hatodik gyökeinek a szögeit.

13. Ha  $z = r(\cos \alpha + i \sin \alpha)$ , akkor mennyi  $1/z^2$  szöge?

14. Hányadik primitív egységgyök lesz  $\cos 279^\circ + i \sin 279^\circ$ ?

15. Egy  $\mathbb{R}$  fölötti homogén lineáris egyenletrendszerben 2 szabad változó keletkezik. Hány megoldása van?

16. Adjunk meg három lineárisan összefüggő vektort úgy, hogy bármely kettő lineárisan független legyen.

17. Milyen  $M \in \mathbb{R}^{k \times 7}$  márixokra értelmes az  $M - MM^T$  kifejezés?

 $k =$ 

18. Számítsuk ki  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ b & c & 1 \end{pmatrix}$  inverzében a harmadik sor második elemét.

19. Egy  $2012 \times 2012$ -es determináns értéke 3. Az első sorát legfeljebb feljebb csúsztatjuk. Mennyi a kapott determináns értéke?

20. Adjunk példát két olyan negyedfokú polinomra  $\mathbb{Z}_4$  fölött, melyek összege harmadfokú.

21. Keressünk egy olyan normált, harmadfokú  $\mathbb{C}[x]$ -beli polinomot, amelynek  $i$  pontosan kétszeres gyöke.

22. A valós együtthatós  $x^3 + px + q$  polinomnak gyöke az  $i$ . Mennyi lesz  $q$ ?

23. Mennyi a hányados, ha egy tizedfokú polinomot osztunk maradékosan egy huszadfokúval?

24. Mik az egységek (invertálható elemek) a  $\mathbb{Z}_8$  gyűrűben?

25. Mely  $c \in \mathbb{R}$  esetén irreducibilis  $\mathbb{C}$  fölött  $cx^2 + cx + 1$ ?

26. Adjunk meg egy ötödfokú, egész együtthatós polinomot, amely nem irreducibilis  $\mathbb{Q}$  fölött, de nincs racionális gyöke.

27. Írjuk föl  $2x$  nemtriviális felbontásait  $\mathbb{Z}[x]$ -ben.

28. Hány 18-adrendű komplex szám van?

29. Adjunk példát nullosztóra a  $\mathbb{Z}_6[x]$  gyűrű nem konstans polinomjai között.

30. A valós együtthatós  $x^3 + px + q$  polinomnak van kétszeres gyöke. Multiplicitással számolva hány valós gyöke van az  $x^3 + px - q$  polinomnak? Emlékeztetőül Cardano képlete:

$$\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$