

NÉV: _____

ELTE AZONOSÍTÓ: _____

II. rész (60 perc). Minden válaszáért 0 vagy 1 pont jár (negatív pontszám nincs). Indokolni nem kell. Aki elér legalább 10 pontot (és az I. részből is legalább hetet), annak a dolgozata már legalább elégséges; aki viszont nem éri el a 8 pontot, azé biztosan elégtelen (ez utóbbi esetben a harmadik részt ki sem javítjuk). A többi esetben a vizsga eredményessége a másik két részre kapott pontszámtól függ, a részletek és a ponthatárok a harmadik rész feladatlapján találhatók.

11. Ha $z \in \mathbb{C}$, akkor mennyi $\operatorname{Re}(\bar{z}) - i \operatorname{Im}(\bar{z}) - z - 1$?

-1

12. Soroljuk föl $5(\cos 5^\circ + i \sin 5^\circ)$ ötödik gyökeinek a szögeit.

1°, 73°, 145°, 217°, 289°.

13. Melyik geometriai transzformáció az $1 + i$ számmal való szorzás? (Nemcsak a jellegét, hanem a paramétereit is meg kell adni.)

 $\sqrt{2}$ -szörösére nyújt és $+45^\circ$ -kal forgat az origó körül.

14. Hányadik primitív egységgyök lesz $\cos 312^\circ + i \sin 312^\circ$?

15-ödik

15. Írjunk föl egy olyan, három egyenletből álló, kétismeretlenes lineáris egyenletrendszert, melynek végtelen sok megoldása van.

Pl. $\{x + y = 1, 2x + 2y = 2, 3x + 3y = 3\}$

16. Ha $v = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ és $w = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$, akkor mennyi $5v - 2w$?

 $\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

17. Ha $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & v \\ v & 1 & 0 \end{pmatrix}$, akkor mennyi lesz MM^T ?

 $\begin{pmatrix} v^2 + 1 & 1 \\ 1 & v^2 + 1 \end{pmatrix}$

18. Számítsuk ki $\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ b & c & 1 \end{pmatrix}$ inverzében a második sor első elemét ($a \neq 0$).

-1

19. Ha a 4×4 -es M mátrix determinánsa 2, akkor mennyi $\det(2M^T M^2)$?

 $2^7 = 128$

20. Adjunk példát két olyan másodfokú polinomra \mathbb{Z}_4 fölött, melyek szorzata harmadfokú.

Pl. $2x^2$ és $2x^2 + x$

21. Adjunk meg egy olyan normált, valós együtthatós, másodfokú polinomot, amelynek $4 + 3i$ gyöke.

$x^2 - 8x + 25$

22. Adjunk példát három különböző $f \in \mathbb{Z}_2[x]$ polinomra, amelyhez tartozó polinomfüggvény azonosan nulla.

Pl. 0 , $x^2 + x$, $x^3 + x$

23. Az $f(x) = x^{2012} + 6x^{2011} + \dots$ polinom komplex gyökeit az ellentettjükre változtatjuk. Mi lesz a kapott normált polinomban x^{2011} együtthatója?

-6

24. Mi a maradék, ha $f(x) = x^{2011} + 1$ -et maradékosan elosztjuk $x - i$ -vel?

$1 - i$

25. Mely $c \in \mathbb{R}$ esetén irreducibilis $x^2 + cx + 1$ valós fölött?

$|c| < 2$

26. Mely n egészekre igaz, hogy egy n -edfokú polinom pontosan akkor irreducibilis \mathbb{Q} fölött, ha nincs racionális gyöke?

2 és 3

27. Írjuk föl $2x$ triviális felbontásait $\mathbb{Z}[x]$ -ben.

$1 \cdot (2x) = (2x) \cdot 1 = (-1) \cdot (-2x) = (-2x) \cdot (-1)$

28. Mely n esetén gyöke a $\Phi_n(x)$ körosztási polinomnak a -1 ?

2

29. Adjunk példát olyan polinomra, amelynek több gyöke van, mint a foka. (Az alapgyűrűt és a gyököket is meg kell adni.)

Pl. \mathbb{Z}_6 fölött $2x$ gyökei 0 és 3 .

30. Hány valós gyöke van az $x^3 - 3x - 4$ polinomnak? Emlékeztetőül Cardano képlete:

$$\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

1 (mert $D = (-2)^2 + (-1)^3 > 0$).