

Bsc algebra2 emelt szintű gyakorlat

Második zárthelyi (2010. május 11.)

Mindegyik feladatban **indoklás szükséges**, a pusztán eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Minden feladat megoldását külön lapra írjátok. Használni semmit sem lehet, kalkulátort, mobiltelefont sem. Minden lapon szerepeljen a szerző neve, és legalább egy lapon az ELTE-azonosítója, illetve gyakorlatvezető neve, **OLVASHATÓ NYOMTATOTT NAGYBETŰKKEL**.

1. Legyen H az (12) és (34) által generált részcsoporthoz S_4 -ben. Adjunk meg egy olyan $g \in S_4$ elemet, amelyre $gH \neq Hg$.
2. Adjunk meg egy olyan 7 csúcsú gráfot, amelynek pontosan 48 szimmetriája van.
3. Egy négyzet négy csúcsát kiszínezzük a piros, kék, zöld, sárga színek egyikével (szomszédos csúcsok is lehetnek ugyanolyan színűek). Hányféleképpen lehet ezt megtenni, ha a forgatással vagy tengelyes tükrözéssel egymásba átvihető színezéseket nem tekintjük különbözőnek?
4. Mely $n \geq 3$ esetén van a D_n diédercsoportban 3 indexű normálosztó, illetve 3 elemű konjugáltosztály?
5. Határozzuk meg a $\mathbb{Z}_{16}^\times \times \mathbb{Z}_4^+ / \{(1, 0), (9, 2)\}$ faktorcsoportban a $(3, 1)$ elem mellékosztályának rendjét, valamint e faktorcsoport véges Abel-csoportok alaptétele szerinti felbontásában a tényezők elemszámait.
6. Határozzuk meg S_7 -ben az (1234567) és a $(27)(36)(45)$ által (együtt) generált részcsoporthoz elemszámát.
7. Legyen G páratlan rendű, legalább kételemű véges csoport. Mutassuk meg, hogy van G -ben két egyenlő rendű elem, amelyek nem egymás konjugáltjai.