Bsc algebra2 emelt szintű gyakorlat

Első zárthelyi (2010. március 23.)

Mindegyik feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Minden feladat megoldását külön lapra írjátok. Használni semmit sem lehet, kalkulátort, mobiltelefont sem. Minden lapon szerepeljen a szerző neve, és legalább egy lapon az ELTE-azonosítója, illetve gyakorlatvezető neve, **OLVASHATÓ NYOMTATOTT NAGYBETŰKKEL**.

1. *Legyen $v = (2, 3)$ és f az a lineáris leképezés, amely minden $K \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ mátrixhoz vK-t rendel. Írjuk föl f mátrixát (a két bázist mindenki maga választhatja meg, de expliciten meg kell adni).*

2. *Legyen V a legfeljebb hetedfokú valós együtthatós polinomokból álló vektortér $\mathbb{R}$ fölött és $U = \{f \in V \mid f(-1) = f(0) = f(1)\}$. Adjunk meg egy bázist U-ban.*

3. *Legyenek U és W alterek egy vektortérben, U_1 direkt kiegészítő altere $U \cap W$-nek U-ban, és W_1 direkt kiegészítő altere $U \cap W$-nek W-ben. Igaz-e, hogy $U + W = U_1 \oplus (U \cap W) \oplus W_1$?*

4. *Legyen $n > 2$ és M az az $n\times n$-es mátrix, amelynek a bal alsó sarkában 1, az első sor utolsó előtti helyén i, másutt nulla áll. Adjuk meg a sajátértékeit, a minimálpolinomját és a Jordan-alakját.*

5. *Legyen A egy véges dimenziós téren ható lineáris transzformáció, és $m_A = fg$, ahol f és g relatív prímek. Milyen kapcsolatban áll* $\mathrm{Im} f(A)$ *és* $\mathrm{Ker}\, g(A)$*?*

6. *Van-e olyan A lineáris transzformáció egy* **négy***dimenziós*

a) $\mathbb{C}$ feletti

b) $\mathbb{R}$ feletti

V vektortéren, melynek a triviális $\{0\}$ és V altereken kívül pontosan egy A-invariáns altere van? (Általánosításért, jellemzésekért pluszpont jár.)