Bsc algebra1 keresztféléves gyakorlat

Első zárthelyi (2010. március 17)

Mind a hat feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Minden feladat megoldását külön lapra írjuk. Használni semmilyen segédeszközt nem lehet, kalkulátort, mobiltelefont sem. A fejlécet **OLVASHATÓ NYOMTATOTT NAGYBETŰKKEL** kérjük kitölteni.

Név: ____________________ EHA-kód: _______________ Gyakvez: CsP GyK KE

1. *(3+3 pont)*

a) *Adjuk meg az* 5×5*-ös determináns* $a_{34}a_{21}a_{53}a_{15}a_{42}$ *tagjához tartozó permutációt, és annak előjelét.*

b) *Oldjuk meg az* $x^2 - (3+5i)x + (7i - 4) = 0$ *egyenletet a komplex számok körében.*

2. *(2+4 pont) Számítsuk ki* $\begin{pmatrix} 4 & 5 & 7 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ *determinánsát, és a* $\begin{pmatrix} 4 & 5 & 7 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ *lineáris egyenletrendszer általános megoldását.*

3. *(3+3 pont)*

a) *Adjunk meg egy olyan háromszor hármas komplex elemű mátrixot, melynek az első sora végig i, és a négyzete nulla.*

b) *Írjuk föl $1-\sqrt{3}i$ hatodik gyökei közül azokat, melyek képzetes része pozitív.*

4. *Rajzoljuk le a komplex számsíkon a* $\{z \in \mathbb{C} \mid \mathrm{Re}(\overline{z+i}) - \mathrm{Im}(z) \geq |z|\}$ *halmazt. Milyen alakzatot kaptunk?*

5. *Számítsuk ki azt az* $n \times n$*-es determinánst, melynek mellékátlójában és első oszlopában végig* 3 *áll, a többi eleme pedig* 4*. (A mellékátlóban az* $a_{i,n+1-i}$ *elemek vannak. Aki csak* 5×5*-ösre oldja meg, az* 3 *pontot kap.)*

6. *(Külön lapra.) Egy számítógépes program a* z *komplex számot elforgatja* $+90$ *fokkal* 1 *körül, majd az eredményt szintén* $+90$ *fokkal* -1 *körül. A kapott pontot jelölje* $f(z)$*. Mennyi lesz* $f(f(f(f(f(f(f(f(f(5-3i)))))))))$*? A képletben* 9 *darab* f *betű van.*