

Bsc algebra1 keresztfélèves gyakorlat

Hatodik feladatsor (2010. április 7 – 18.)

Elméleti tudnivalók: Horner-elrendezés (2.4.4), gyök multiplicitása (2.5.5), racionális gyökteszt (3.3.10), gyökök és együtthatók összefüggése (2.5.8).

2.1.9. Végezzük el az alábbi műveleteket a komplex együtthatós polinomok körében, és állapítsuk meg az eredmény fokát: $(x^3 + 3x^2 + 2) - (x^3 + 3x - 4)$, $(x^2 + ix + 3)(x^2 + i)$.

2.4.14. A Horner-elrendezés segítségével döntsük el, hogy az $f(x) = x^6 - 4x^4 + x^3 - x^2 + 4$ polinomnak gyöke-e a 2 szám, és írjuk is fel $f(x)$ -et $(x - 2)g(x) + f(2)$ alakban.

2.5.11. Hányszoros gyöke az $x^4 - x^3 - x + 1$ polinomnak az 1? A Horner-elrendezést használjuk.

3.3.10. Tegyük föl, hogy a p/q már nem egyszerűsíthető tört gyöke az f egész együtthatós polinomnak. Mutassuk meg, hogy a számláló (azaz p) osztja f konstans tagját, a nevező (azaz q) pedig osztja f főegyütthatóját. (Ez a **racionális gyökteszt** nevű tétel.)

3.3.16. Adjuk meg a $2x^3 + 3x + 5$ polinom racionális gyökeit.

2.5.10. Írjuk fel az $x^4 + 4$ polinomot gyöktényezős alakban, és ellenőrizzük beszorzással az eredményt. Hogyan lehetne ezt a polinomot valós együtthatós polinomok szorzatára bontani?

2.5.12. Mutassuk meg, hogy ha két n -edfokú komplex együtthatós polinom n (komplex) helyen megegyezik, és a főegyütthatóik egyenlők, akkor a polinomok is egyenlők. Írjuk fel ennek alapján az $x^n - 1$ polinom gyöktényezős alakját.

2.5.15*. Számítsuk ki az egységsugarú körbe írt szabályos n -szög egy csúcsából az összes többi csúcsba húzott szakaszok hosszának szorzatát.

IHF. Határozzuk meg azt a c számot, melyre a $6x^4 + x^3 + 23x^2 + 4x + c$ polinomnak gyöke az $1/3$, majd írjuk föl gyöktényezős alakban a kapott polinomot.

2.5.7. Számítsuk ki x alábbi két polinomjának az együtthatóit: $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ és $c(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)(x - b_4)$.

2.5.14. Határozzuk meg a $2x^4 + 2x + 3$ polinom komplex gyökeinek összegét, szorzatát, négyzetösszegét, és a gyökök reciprokainak összegét.

2.5.15. A gyökök és együtthatók összefüggése alapján számítsuk ki az n -edik egységgyökök összegét, négyzetösszegét és szorzatát.

2.7.16. Legyenek a, b, c az $x^3 + 3x + 1$ polinom gyökei. Írjuk fel azt a harmadfokú polinomot, melynek gyökei a^2, b^2, c^2 , illetve $a + b, a + c, b + c$.

2.7.15. Határozzuk meg az $x^n + x + 1$ polinom (komplex) gyökeinek négyzetösszegét, és a gyökök reciprokainak összegét ($n \geq 2$).

IHF. Legyenek x_1, x_2, x_3, x_4 az $x^4 - 2x + 3$ polinom komplex gyökei (a többszörös gyököket, ha vannak, annyiszor felsorolva, ahányszorosak). Számítsuk ki az $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$ összeget, valamint a gyökök reciprokainak összegét.