

## Bsc algebra1 gyakorlat

Hatodik feladatsor (2010. nov. 10–15.)

Horner-elrendezés (2.4.4), gyök multiplicitása (2.5.5), racionális gyökteszt (3.3.10).

- (2.1.9)** Végezzük el az alábbi műveleteket a komplex együtthatós polinomok körében, és állapítsuk meg az eredmény fokát:  $(x^3 + 3x^2 + 2) - (x^3 + 3x - 4)$ ,  $(x^2 + ix + 3)(x^2 + i)$ .
- (2.4.14)** A Horner-elrendezés segítségével döntsük el, hogy az  $f(x) = x^6 - 4x^4 + x^3 - x^2 + 4$  polinomnak gyöke-e a 2 szám, és írjuk is fel  $f(x)$ -et  $(x - 2)g(x) + f(2)$  alakban.
- (2.5.11)** Hányszoros gyöke az  $x^4 - x^3 - x + 1$  polinomnak az 1? A Horner-elrendezést használjuk.
- (3.3.16)** Adjuk meg a  $2x^3 + 3x + 5$  polinom racionális gyökeit.
- (2.5.10)** Írjuk fel az  $x^4 + 4$  polinomot gyöktényezős alakban, és ellenőrizzük beszorzással az eredményt. Hogyan lehetne ezt a polinomot valós együtthatós polinomok szorzatára bontani?
- (2.5.12)** Mutassuk meg, hogy ha két  $n$ -edfokú komplex együtthatós polinom  $n$  (komplex) helyen megegyezik, és a főegyütthatóik egyenlők, akkor a polinomok is egyenlők. Írjuk fel ennek alapján az  $x^n - 1$  polinom gyöktényezős alakját.
- (2.5.15\*)** Számítsuk ki az egységsugarú körbe írt szabályos  $n$ -szög egy csúcsából az összes többi csúcsba húzott szakaszok hosszának szorzatát.
- (IHF)** Határozzuk meg azt a  $c$  számot, melyre a  $6x^4 + x^3 + 23x^2 + 4x + c$  polinomnak gyöke az  $1/3$ , majd írjuk föl gyöktényezős alakban a kapott polinomot.

### Gyakorló vizsgakérdések

- Egy tizedfokú és egy  $n$ -edfokú polinom összege ötödfokú. Mik  $n$  lehetséges értékei?
- Mi lesz a 20-adfokú tag együtthatója a  $(2x^{10} + x^5 - 1)(x^{20} + x^{15} - x^7 + 3x)$  polinomban?
- Adjunk példát olyan 2010 fokú valós együtthatós polinomra, melynek az  $i$  pontosan tízszeres, a  $-1$  pedig pontosan 20-szoros gyöke.
- Ha az 1 (pontosan) ötszörös gyöke  $f$ -nek és hatszoros gyöke  $g$ -nek, akkor hányszoros gyöke  $f + g + fg$ -nek?
- Igazoljuk, hogy  $x \mapsto \sin(x)$ , illetve  $x \mapsto 1/x$  ( $x \neq 0$ ) nem polinomfüggvény.
- Ha egy  $A \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$  mátrixra  $\det A = 5$ , akkor mennyi  $\det(A + A)$ ?
- Hány inverzió lehet maximum egy 5 elemű halmaz egy páratlan permutációjában? Adjunk is példát ilyen permutációra.
- Az  $5 \times 5$ -ös  $((a_{ij}))$  determináns második és harmadik oszlopa egyenlő. Az  $a_{13}a_{24}a_{31}a_{45}a_{52}$  tagot melyik tag ejti ki biztosan?
- Adjunk ellenpéldát a következő állításra: invertálható mátrixok összege is invertálható.
- Írjuk fel az  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$  mátrix inverzében az első sor második elemét a ferde kifejtési tétel segítségével.
- Egy mátrix első két sorát megcseréljük. Hogyan változik meg az inverze?