

Bsc algebra3 tanári szakirányú gyakorlat

Második zárthelyi (2009. május 15)

Mind a hat feladatban **indoklás szükséges**, a pusztá eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. A feladatok sorrendje tematikus, nem nehézségi. Minden feladat megoldását **külön lapra** írjátok. Használni csak egy oldalnyi, kézzel írott puskát lehet, kalkulátort, mobiltelefon sem. Minden lapon szerepeljen a szerző neve, és legalább egy lapon az ELTE-azonosítója, illetve a gyakorlatvezető neve, **OLVASHATÓ NYOMTATOTT NAGYBETŰKKEL**.

1. Legyen $\theta \in \mathbb{R}$ gyöke az $x^3 + 4x - 1$ polinomnak. Határozzuk meg θ fokát \mathbb{Q} fölött (**teljes indoklással 2 pont**), majd írjuk föl $\theta^3 + 1$ **reciprokát** $a + b\theta + c\theta^2$ alakban, ahol $a, b, c \in \mathbb{Q}$.
2. Határozzuk meg $\sqrt{\sqrt{10} - 1} + 1$ minimálpolinomját \mathbb{Q} és $\mathbb{Q}(\sqrt{10})$ fölött (3 + 3 pont; a két minimálpolinom indoklás nélküli helyes megadásáért csak 2 + 1 pont jár).
3. Számítsuk ki $1 + \sqrt[5]{5}$ és $\sqrt[5]{125} + \sqrt[5]{25}$ fokát $\mathbb{Q}(\sqrt[7]{7})$ fölött.
4. Legyen $K = \mathbb{Z}_3(\alpha)$, ahol $\alpha^2 = 2$. Határozzuk meg K elemszámát (2 pont), az $\alpha + 1$ minimálpolinomját \mathbb{Z}_3 fölött (2 pont), valamint $\alpha + 1$ rendjét K multiplikatív csoportjában (2 pont).
5. Szerkeszthető-e $3/10$ fokos szög?
6. Oldjuk meg az $x^2 + 2x + j + 1 = 0$ egyenletet a kvaterniók között.