

## Bsc algebra2 alapszintű gyakorlat

*Első zárthelyi (2009. március 27)*

Mind a hat feladatban **indoklás szükséges**, a pusztán eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Minden feladat megoldását külön lapra írjátok. Használni csak egy lapnyi **kézzel írott** puskát lehet, kalkulátort, mobiltelefont sem. Minden lapon szerepeljen a szerző neve, és legalább egy lapon az ELTE-azonosítója, illetve gyakorlatvezető neve, **OLVASHATÓ NYOMTATOTT NAGYBETŰKKEL**.

1. (3+3 pont)

a) Alteret alkotnak-e  $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ -ben  $\mathbb{R}$  fölött azok a mátrixok, melyek determinánsa nulla?

b) Igaz-e az  $\mathbb{R}$  fölötti  $\mathbb{R}[x]$  vektortérben, hogy  $x - 1 \in \langle x^2 - 4, x^3 - 8, x - 2 \rangle$ ?

2. (3+3 pont)

a) Ha  $v_1, v_2, v_3$  lineárisan független  $\mathbb{R}$  fölött, akkor  $v_1 + 2v_2, v_2 - 3v_3, v_3$  független-e?

b) Adjunk meg a  $\mathbb{Q}$  fölötti  $\mathbb{Q}[x]$  vektortérben egy olyan négyelemű polinomhalmazt, melynek rangja 3, de van kételemű összefüggő részhalmaza.

3. (3+3 pont)

a) Adjunk meg egy bázist az  $\mathbb{Q}$  fölötti  $\mathbb{Q}^{2 \times 2}$  vektortér azon mátrixainak alterében, melyek főátlóbeli elemeinek nulla az összege.

b) Adjunk meg egy bázist az  $\mathbb{R}$  fölötti  $\mathbb{R}[x]$  vektortér azon legfeljebb harmadfokú polinomjainak alterében, melyeknek gyöke az  $i - 1$ .

4. Legyen  $A$  a síkon az  $y$ -tengelyre való merőleges vetítés,  $B$  pedig az origó körüli  $+90$  fokos forgatás. Írjuk föl a  $BA$  transzformáció mátrixát a sík szokásos bázisában (2 pont), számítsuk ki, hogy az  $(x, y)$  pontot hová képezi (1 pont), és adjuk meg a magterét, valamint a képterét (3 pont).

5. Számítsuk ki az  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  mátrix sajátértékeit, sajátaltereit és minimálpolinomját,

és döntsük el, hogy van-e sajátvektorokból álló bázisa.

6. Hánydimenziós alteret alkotnak a térben azok a lineáris transzformációk, amelyek az  $x$ -tengelyt nullába viszik?