

Bsc algebra2 alapszintű gyakorlat

Nyolcadik feladatsor (2009. április 28)

4.5.26. Mik az alábbi $G \leq S_X$ transzformációcsoportokban a pályák és a stabilizátorok?

- X a sík pontjai, G az origót fixáló egybevágóságok csoportja.
- X a sík pontjai, G az x -tengellyel párhuzamos eltolások csoportja.
- X egy szabályos n -szög csúcsai, G a D_n diédercsoportban egy csúcs stabilizátora.
- X egy kocka csúcsai, G a kocka szimmetriacsoportjában egy csúcs stabilizátora.
- $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $G = A_4$.

4.5.7. Tekintsük a D_4 diédercsoportot, mint a sík egybevágósági transzformációinak rész-csoportját. Adjuk meg a sík pontjainak pályáját és stabilizátorát.

4.5.27. Mely négyszögeknek van pontosan két szimmetriája? Melyeknek van ennél több?

4.5.11, 4.5.28. Határozzuk meg az alábbi testek szimmetriáinak számát.

- Egy olyan téglatest, aminek mindhárom élhosszúsága különböző.
- Egy olyan négyzet alapú egyenes hasáb, ami nem kocka.
- Egy szabályos háromszög alapú egyenes hasáb.
- Egy szabályos háromszög alapú egyenes gúla, amely nem szabályos tetraéder.
- Egy szabályos tetraéder. Mivel izomorf a szimmetriacsoport?
- Egy szabályos oktaéder.

4.5.29*. Igazoljuk, hogy a kocka G szimmetriacsoportja tranzitív az élek halmazán, és minden él stabilizátora négyelemű, továbbá hogy G a lapok halmazán is tranzitív, és itt mindegyik stabilizátor a D_4 diédercsoporttal izomorf. Van-e G -nek 16 elemű rész-csoportja?

4.5.31. Bontsunk egy négyzetet 9 egybevágó kisebb négyzetre. Hányféleképpen lehet ezek közül négyet kiszínezni (egy színnel) úgy, hogy a négyzet szimmetriáival egymásba átvihető színezéseket nem tekintjük különbözőnek?

4.5.32*. Legyen X legalább kételemű véges halmaz. Igazoljuk, hogy S_X minden tranzitív rész-csoportjában van fixpontmentes elem. Elhagyható-e a tranzitivitás feltétele?

4.5.33. Egy gráf szimmetriáján a csúcsainak egy olyan permutációját értjük, amely élt élbe visz. Rajzoljunk olyan gráfokat, melyeknek pontosan 2, 4, 3, 1 szimmetriája van.

4.5.37. Tegyük föl, hogy $G \leq S_X$ és $x, y \in X$. Igazoljuk, hogy ha $g(x) = y$, és x stabilizátora H , akkor y stabilizátora gHg^{-1} .

IHF. Egy szabályos háromszöget az oldalak harmadolópontjai segítségével kilenc egybevágó szabályos háromszögre bontunk. Hányféleképpen lehet ezek közül hármat kiválasztani (a sorrendre való tekintet nélkül), ha a forgatással vagy tükrözéssel egymásba vihető megoldásokat nem tekintjük különbözőnek?