

Bsc algebra2 alapszintű gyakorlat

Hetedik feladatsor (2009. április 21)

4.4.25. Határozzuk meg Lagrange tételének felhasználásával az S_3 , \mathbb{Z}_{12}^+ és a \mathbb{Z}_{12}^\times csoportok összes részcsoportját, valamint az A_4 alternáló csoport összes negyedrendű részcsoportját.

4.4.15. Adjuk meg az S_3 szimmetrikus csoportban a $H = \{\text{id}, (12)\}$ részcsoport szerinti bal és jobb oldali mellékosztályokat, és igazoljuk, hogy $(123)H \neq H(123)$. Számítsuk ki az (123) által generált részcsoport szerinti mellékosztályokat is.

4.4.17. Jelölje $n\mathbb{Z}^+$ az n -nel osztható egészekből álló részcsoportot \mathbb{Z}^+ -ban. Igazoljuk, hogy $|\mathbb{Z}^+ : n\mathbb{Z}^+| = n$.

4.4.26. Mutassuk meg, hogy a sík, illetve a körvonal egybevágósági transzformációinak csoportjában is a mozgások részcsoportjának indexe 2.

4.6.11. Határozzuk meg a G csoportban a $\langle X \rangle$ részcsoportot.

- $G = \mathbb{Z}^+$, $X = \{28, 34\}$.
- $G = S_n$, $X = \{(12), (1, 2, \dots, n)\}$.
- $G = S_4$, $X = \{(13), (1234)\}$.

4.6.12. Mutassuk meg, hogy a D_n diédercsoportot generálják az f és t elemek. Határozzuk meg a D_5 és D_6 diédercsoportokban a $\langle t, f^2 \rangle$ részcsoportot.

4.3.28. Az \mathbb{R}^\times , az \mathbb{R}^+ és a \mathbb{C}^\times csoportok között van-e izomorf?

4.5.16. Mutassuk meg, hogy a D_3 diédercsoport izomorf az S_3 szimmetrikus csoporttal.

4.5.22. Mutassuk meg, hogy a D_4 és a Q csoportok nem izomorfak.

4.5.25. Osztályozzuk az alábbi csoportokat aszerint, hogy melyek izomorfak közülük: \mathbb{Z}_2^+ , \mathbb{Z}_3^+ , \mathbb{Z}_4^+ , \mathbb{Z}_8^+ , \mathbb{Z}_3^\times , \mathbb{Z}_5^\times , \mathbb{Z}_6^\times , \mathbb{Z}_8^\times , \mathbb{Z}_{12}^\times , S_2 , A_3 , S_3 , D_3 , D_4 , Q (a kvaterniócsoport), $\text{GL}(2, \mathbb{Z}_2)$.

4.5.35. Legyen $n \geq 3$ és H az A_n alternáló csoport azon elemeinek halmaza, melyek az 1-et fixen hagyják. Igazoljuk, hogy H részcsoport, amely A_{n-1} -gyel izomorf.

4.4.30. Legyen H részcsoportja a G csoportnak és $g \in G$. Igazoljuk, hogy a gHg^{-1} komplexusszorzat is részcsoport (ez a H -nak a g -vel vett konjugáltja), mely H -val izomorf.

IHF. Van-e \mathbb{Z}_{24}^\times -ben 4, illetve 6 elemű nem ciklikus részcsoport?