

BSc algebra1 alapszintű gyakorlat

Gyakorló zárthelyi, második anyagrészt

Mind a hat feladatban **indoklás szükséges**, a pusztán eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Használni csak egy lapnyi **kézzel írott** puskát lehet, kalkulátort, mobiltelefont sem.

1. (3+3 pont)

a) Legyen $z = \cos 96^\circ + i \sin 96^\circ$. Határozzuk meg z konjugáltját, valamint z^{10} rendjét.

b) Bontsuk irreducibilisek szorzatára az $x^4 + 2x^2 + 2$ polinomot \mathbb{R} és \mathbb{Q} fölött.

2. (3+3 pont)

a) Határozzuk meg a $6x^4 - 3x^3 + 9x + 4$ polinom komplex gyökeinek összegét, szorzatát, négyzetösszegét, és a gyökök reciprokaik összegét.

b) Osszuk el maradékosan $x^4 + 3x^2 + x + 1$ -et $ix^2 - ix + i$ -vel.

3. Legyen $N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & 9 & 0 \\ 3 & 0 & 6 & 1 \end{bmatrix}$. Számítsuk ki N rangját, és adjunk meg rangnyi számú független sort, illetve független oszlopot.

4. Határozzuk meg $8x^6 + 12x^5 - 10x^4 - 7x^3 + 12x^2 + 10x + 2$ összes racionális gyökének multiplicitását, és bontsuk a polinomot irreducibilisek szorzatára \mathbb{Q} fölött.

5. Határozzuk meg a primitív 27-edik egységgyökök négyzetösszegét.

6. Bontsuk az $x^8 + x^4 + 1$ polinomot **valós felett** irreducibilisek szorzatára.