Mat. BSC: Algebra 1 2. ZH 2008. december 10.

NÉV: ______________________ ELTE azon.: ____________

Gyakorlat: ÁI(K8) FR(SZ8) KE(K8) KE(P8)

A feladatokra adható maximális pontszám **6 pont**. Minden megoldásnál kellő részletességű **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont. Használni csak egy lapnyi **kézzel írott** puskát lehet, kalkulátort és mobiltelefont viszont nem. A megoldáshoz **90 perc** áll rendelkezésre.

1. a) (*3 pont*) Legyen $z = \cos 117° + i \sin 117°$. Határozzuk meg z rendjét.

b) (*3 pont*) Adjunk meg egy olyan b egész számot, melyre $x^4 + bx + 12$ irreducibilis $\mathbb{Q}$ fölött, és egy olyat is, amelyre nem irreducibilis (mindkét esetben indokolni kell!).

2. a) (*3 pont*) Határozzuk meg a $2x^4 - x^3 + 3x^2 - 2x + 4$ polinom komplex gyökeinek négyzetösszegét, és a gyökök reciprokainak összegét. (A polinomról tudjuk, hogy minden komplex gyöke egyszeres.)

b) (*3 pont*) Osztható-e $x^4 + x + 1$ a $2x^2 + 2x + 2$-vel komplex felett maradék nélkül?

3. Legyen $N = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 & 0 \\ 6 & 4 & 2 & 2 \\ 6 & 6 & 0 & 3 \end{bmatrix}$. Döntsük el, hogy az első három oszlopvektor független-e, majd számítsuk ki N rangját.

4. Határozzuk meg $4x^5 + 8x^4 + x^3 - 5x^2 - x + 1$ összes racionális gyökét, és ezek multiplicitását.

5. Bontsuk irreducibilisek szorzatára $\mathbb{Q}$ fölött az $x^{2008}+4$ polinomot.

6. Bontsuk az x^6+1 polinomot **valós** felett irreducibilisek szorzatára.