

BSc algebra1 alapszintű gyakorlat

Gyakorló zárthelyi, első anyagrész

Mind a hat feladatban **indoklás szükséges**, a pusztán eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Használni csak egy lapnyi **kézzel írott** puskát lehet, kalkulátort, mobiltelefont sem.

1. (3+3 pont)

a) Számítsuk ki $(\sqrt{3} - i)/2$ összes hatodik gyökét.

b) Rajzoljuk le a komplex számsíkon azoknak a z pontoknak a halmazát, melyekre $|z - 2i| = \operatorname{Re}(z + i)$.

2. (3+3 pont)

a) Legyen $N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 2 \\ 7 & 8 & c \end{bmatrix}$, ahol $\det(N) = -2$. Keressük meg c értékét, és adjuk meg N inverzében a második sor harmadik elemét.

b) Állapítsuk meg az 5×5 -ös $((a_{ij}))$ determinánsban az $a_{13}a_{34}a_{51}a_{42}a_{25}$ taghoz tartozó permutációt, és annak előjelét.

3. Legyen w a $z = 1 - i$ pont origó körüli $+60^\circ$ -os elforgatottja. Adjuk meg w képzetes részét, valamint a zw szakasz felezőpontját. A végeredményben szögfüggvény (például $\cos(33^\circ)$) ne szerepeljen!

4. Legyen $M = \begin{bmatrix} 1 & d & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 6 & 4 \end{bmatrix}$. Adjunk meg egy olyan d értéket, melyre az

$M \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ lineáris egyenletrendszernek végtelen sok megoldása van,

és számítsuk ki erre a d -re az általános megoldását.

5. Adjunk meg egy olyan 5×5 -ös mátrixot, amelynek a négyzete nulla, és legalább négy eleme 2-vel egyenlő.

6. Mennyi az értéke annak az $n \times n$ -es determinánsnak, amelyben $a_{1,1} = 3$, a főátló többi eleme 19, $a_{1,2} = 9$, $a_{i,i+1} = 3$, ha $2 \leq i \leq n - 1$, $a_{i,i-1} = 6$, ha $2 \leq i \leq n$, és a többi elem nulla?